AULO
ESSOA

ROBLEMAS

matemática

PARA O
CURSO
PRIMÁRIO

Níveis 5 e 6

ADMISSÃO AOS GINÁSIOS,
DE ACORDO COM O
PROGRAMA OFICIAL

J. OZON + EDITOR

Comandante PAULO PESSOA

PROBLEMAS DE MATEMÁTICA PARA O ADMISSÃO



SÃO PAULO
Largo do Paissandu, 51
Apts. 1501 e 1502
Tels.: 36-8670 - 35-8815

NITERÓI
Av. Amaral Peixoto, 370
s/ 721 - Teléf.: 2-6433

J. OZON + EDITOR

RIO
Av. Mal. Floriano, 22 - 1.º
Tels.: 223-3943/243-6064
R. Barão Guaratiba, 29/31
Telefone: 245-7126

FORTALEZA
Rua Pedro Pereira, 313
Grupo 2 — CP. 1236
Telefone: 21-9357

BELÉM
Rua Mundurucus, 1567
Telefone: 5141

Aos meus netos

Mônica,
Solange,
André
e
Fernanda
com a bênção do vovô

Paulo

PREFÁCIO

Não estava em nossas cogitações escrever êste livro e só resolvemos organizá-lo ao termos conhecimento de que "Problemas de Aritmetica" de nossa autoria, está sendo utilizado no preparo de candidatos aos exames de admissão ao curso ginasial. Tendo sido aquêle livro elaborado com o fim específico de atender às necessidades dos alunos do curso ginasial; dos candidatos às escolas preparatórias e de todos aquêles que pretendem ingressar nos Institutos de Educação para cursarem o Normal, seu nível é, como não podia deixar de ser, bem mais elevado do que o exigido para o exame de admissão ao 1.º ano do primeiro ciclo escolar.

Para evitar os inconvenientes do uso de um livro inadequado ao objetivo a atingir, resolvemos lançar "Problemas de Matemática para o Admissão", esperando que êle possa ensinar aos jovens a dar os primeiros passos no estudo da matemática.

O AUTOR

NUMERAÇÃO

Aritmetica é a ciência dos números. Ela nos ensina a medir, contar e calcular as *grandezas*.

Grandeza é tudo que pode ser medido, contado, comparado, pesado, etc. Sua noção é proveniente da comparação de dois objetos ou de duas quantidades da mesma espécie.

Assim é que ao depararmos com dois postes podemos compará-los no que diz respeito às suas alturas ou às suas grossuras, por exemplo. A altura de um poste; de uma casa; de uma pessoa ou de uma arvore, etc., é uma *grandeza*.

Elas podem ser *contínuas* e *descontínuas*.

Dizem-se *contínuas*, quando podem ser aumentadas ou diminuídas *de uma quantidade qualquer*.

São *descontínuas* quando só podem ser aumentadas ou diminuídas de uma quantidade determinada e no mínimo igual a ela.

Podem ser ainda: *mensuráveis* e *imensuráveis*.

As primeiras são as que podem ser medidas, como por exemplo: o comprimento de um fio; o pêso de um corpo; a superfície de um terreno; o volume de um sólido; etc.

As *imensuráveis* são as que não podem ser medidas e em outro estágio da vida escolar serão mencionadas.

Quantidade é a grandeza medida. *Medir uma grandeza* é compará-la com outra da *mesma espécie* chamada *unidade*. Por exemplo: escolhido o metro para *medida de comprimento*, comparar com êle o comprimento de uma mesa para ficar conhecendo quantos metros ela tem. A unidade é pois uma grandeza conhecida, com a qual se comparam as grandezas da mesma espécie que se pretende medir.

No caso das grandezas descontínuas, tais como homens, pássaros, bolas, etc., um homem; um pássaro, uma bola são as unidades respectivas.

Número é o resultado da comparação de uma grandeza com a sua respectiva unidade. A unidade tem por medida o número *um*.

Podem ser inteiros (os números), quando contêm a unidade um *número exato* de vêzes: Ex.: 5, 7, 11, etc.

Naturais, assim chamados todos os números inteiros a partir de um, exceto o zero que é um número inteiro mas não é um número natural.

Fracionários — os que contêm uma ou várias partes da unidade sem contudo alcançá-la. Ex.: $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, etc.

Mixtos — Os que são compostos de uma parte inteira e outra fracionária, isto é, constituídos de *inteiros* e *fracionários*. Ex.: $1 + \frac{2}{3}$; $5 + \frac{4}{7}$; $8 + \frac{2}{5}$ que também podem ser escritos: $1\frac{2}{3}$; $5\frac{4}{7}$; $8\frac{2}{5}$

Concretos — São os que designam a espécie da unidade. Ex.: 9 alunos; 7 laranjas; 8 metros.

Abstratos — São os que não designam a espécie de unidade. Ex.: 5; 9; 2.

Ordinais — Os que indicam a ordem ocupada por um objeto ou pessoa. Ex.: 5.° livro; 3.° filho, etc.

Cardinais — Os que indicam apenas o total de objetos ou pessoas. Ex.: 45 lápis; 28 alunos.

Simples — Os que têm só um algarismo

Compostos — Os que têm mais de um algarismo.

Pares — Os que terminam em zero, 2, 4, 6 e 8.

Impares — Os que terminam em 1, 3, 5, 7 e 9.

Dígitos — Os que podem ser contados pelos dedos das mãos. São pois os 10 primeiros números.

Os nove primeiros números são representados por caracteres ou símbolos, *denominados algarismos*. Com êles e mais o algarismo zero, pode-se representar qualquer número.

Numeração — É o conjunto de princípios e leis empregados para exprimir os números com o auxílio dos algarismos. Ela compreende duas partes: a *numeração falada* e a *numeração escrita*.

A numeração falada tem por fim dar nomes aos números, por meio de pequeno número de palavras, combinadas entre si, de acôrdo com regras simples.

O princípio fundamental da numeração falada se baseia no fato de certo número de unidades de uma ordem qualquer formarem uma unidade de ordem imediatamente superior.

A numeração falada procura reunir os números em séries, chamadas *ordens* e as *ordens* em *classes*. Há três ordens de unidades: *unidades, dezenas* e *centenas*. Dez unidades valem uma dezena e dez dezenas valem uma centena. Para não haver necessidade de usar novas ordens de unidades, elas são grupadas em classes. Assim dez centenas formam uma unidade de classe superior, isto é, a classe dos milhares.

Ao preparar-se para o exame de admissão ao ginásio, o aluno já aprendeu a ler e escrever números, motivo pelo qual não iremos insistir em tais assuntos.

A *numeração escrita* é aquela que, empregando os algarismos combinados entre si, segundo regras simples apresenta os números por escrito.

Princípio fundamental de numeração escrita

Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vêzes maiores do que representaria se estivese escrito no lugar desse outro.

A partir da direita, o primeiro algarismo representa unidades simples; o segundo dezenas; o terceiro centenas.

Valor dos algarismos

Os algarismos de 1 até 9 são chamados *algarismos significativos* e o zero, *algarismo insignificativo.*

Como conseqüência do que foi dito quando tratamos do princípio fundamental da numeração escrita, os algarismos significativos possuem dois valôres, isto é, o valor *absoluto,* que êle tem quando está isolado e o valor *relativo* que é o que possui de acôrdo com a posição que ocupa no número.

Assim, no número 1968 o algarismo nove tem o valor relativo 900, o algarismo 1 tem o valor relativo 1.000; o algarismo 6 tem o valor relativo 60 e o algarismo 8 tem o valor relativo igual ao absoluto, isto é, 8.

Sistema de numeração

É um conjunto de palavras, sinais e regras com os quais apresentamos os números. *Base de um sistema de numeração* é o número de unidades de uma ordem necessário para formar uma unidade de valor imediatamente superior.

O sistema de numeração usado por nós é o *decimal* porque 10 unidades de uma ordem valem uma de ordem imediatamente superior. O número de algarismos de um sistema é igual à base. No sistema decimal há 10 algarismos.

Há duas espécies de algarismos. Os *arábicos* comumente usados e os *romanos.*

Os caracteres representativos dos algarismos romanos são: I (um); V (cinco); X (dez); L (cincoenta); C (cem); D (quinhentos) e M (mil).

Quando vamos escrever números com algarismos romanos, qualquer dos algarismos escritos (no máximo três vêzes) um ao lado do outro, representa três vêzes o seu valor. Essa regra só é empregada com os algarismos I, X, C e M

Assim XX = 20; III = 3; CCC = 300.

Um algarismo colocado à direita de outro de maior valor é somado a êste. Assim: XV = 15; XIII = 13; XVIII = 18.

Um algarismo colocado à esquerda do outro de maior valor é subtraído dêste. Assim: IV = 4; CM = 900; IX = 9.

Um traço horizontal colocado sôbre um algarismo ou um grupo de algarismos torna-o ou torna-os mil vêzes maior.

Assim: $\overline{I}$ = 1.000. Se o número de traços fôr dois o algarismo ou grupo de algarismos fica multiplicado por um milhão. Assim: $\overline{\overline{V}}$ = 5.000.000.

De modo semelhante

$\overline{\overline{\overline{I}}}$ = 1.000.000.000

Depois do que foi dito

1968 = MCMLXVIII

2000 = $\overline{II}$ ou MM
1500 = MD

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Qual o menor número de três algarismos expresso pelos algarismos 0, 1 e 5?

O número não pode começar por zero porque ficando êle à esquerda, o número só teria dois algarismos.

Tendo três algarismos a ordem mais elevada é a das centenas que por isso deve ser preenchida pelo menor dos algarismos significativos dados e por isso só pode ser 1. Se o segundo algarismo, o das dezenas fôsse o 5 o das unidades teria que ser o zero e o valor relativo do 5 no número seria 50. Concluímos então que o número menor é 105.

2) O algarismo 8 ocupa em um número inteiro a quarta casa. Qual o seu valor relativo?

A quarta casa é das unidades de milhar; então seu valor relativo é 8.000.

3) De que ordem são as centenas de milhar?

A existência de centenas de milhar em um número, significa que o número tem, pelo menos, duas classes e como cada classe tem 3 ordens conclui-se que a centena de milhar é um algarismo da 6.ª ordem.

4) Quando se escrevem todos os números de 10 a 100, quantas vêzes se escreve o algarismo 1?

Em intervalos pequenos como o do problema é fácil fazer-se a verificação.

Assim é que de 10 até 19, como algarismo das unidades aparece apenas *uma vez*, no número 11.

Como algarismo das dezenas aparece: 19 — 10 + 1 = *10 vêzes*.

Aparece ainda em 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 e 91 isto é, 8 vêzes e finalmente no número 100, *uma* vez como algarismo das centenas.

O total de vezes é pois:

$$1 + 10 + 8 + 1 = 20 \text{ vêzes}$$

5) Quantos números existem de 4 algarismos?

O menor número de 4 algarismos é 1.000 e o maior é 9.999. Entre êles, contando com êles, existem

$$9.999 - 1.000 + 1 = 9.000 \text{ números.}$$

6) Quantos milhares há em 3.300?

Basta calcularmos quantas vêzes 1.000 está contido em 3.300 para concluirmos que existem 3 milhares em 3.300.

7) Quntas centenas há em 50.000?

Por um raciocínio idêntico ao apresentado no problema anterior, é bastante dividir 50.000 por 100 para achar 500 para resposta.

8) Quantas dezenas existem em 1968?

Como das vêzes anteriores basta dividir por 10, para encontrar 196.

9) Quais são as unidades dez vêzes maiores que as centenas?

O número dez vêzes maior que as centenas é obtido multiplicando-se 100 por 10, cujo resultado é 1.000. O algarismo de quarta é: unidade de milhar.

10) Escrever em algarismos romanos: 3.005; 12.729; 5.329.803; 7.345.129.200.

$\overline{III}\,V$; $\overline{XII}\,DCC\,XXIX$;

$\overline{\overline{VII}}\ \overline{CCCXXIX}\ DCCCIII$ $\quad$ $\overline{\overline{\overline{VII}}}\ \overline{\overline{CCCXLV}}\ \overline{CXXIX}\ CC$

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Qual o menor e o maior número de quatro algarismos que se pode escrever com os algarismos 8, 3, 5 e 2.

Resposta: 2.358 e 8.532

2) O algarismos 4 ocupa em um número inteiro a quinta casa. Qual o seu valor relativo?

Resposta: 40.000

3) O algarismo 3 ocupa em um número inteiro a terceira casa. Qual o seu valor relativo?

Resposta: 300

4) Quando se escrevem todos os números desde 1 até 80, quantas vêzes escrevemos o algarismo 6?

Resposta: 18 vêzes

5) Quando se escrevem todos os números desde 1 até 100, quantas vêzes se escreve o algarismo 1?

Resposta: 21 vêzes

6) Qual é o maior número de 6 algarismos?

Resposta: 999.999

7) Qual é o menor número de quatro algarismos?

Resposta: 1.000.

8) Quantos números existem de 6 algarislos?

Resposta: 900.00.

9) Quantas dezenas de milhar há em 439.852?

Resposta: 4.

10) Quantas centenas há em 972.345 e 7.893.459?

Resposta: 9.723 e 78.934.

11) Quantas unidades há em 1968?

Resposta: 1.968.

12) Escrever em algarismos romanos 1.889; 32.915; 6.183.925

Resposta: MDCCCLXXXIX; $\overline{XXXII}$CMXV;

$\overline{\overline{VI}\ CLXXXIII}$ CMXXV

13) Escreva em algarismos romanos a diferença e a soma do maior número de três algarismos diferentes e do menor número de três algarismos diferentes.

Resposta: DCCCLXXXV e MLXXXIX. *C. Pedro II 1968*

14) 3 e meia unidades de 5.ª ordem a quanto equivalem?

Resposta: 3,500. *C. Militar 1968*

15) No número 5.974 a soma do valor relativo do algarismo 9 com o valor absoluto de .... é de CMIX.

Resposta: 19. *C. Militar, 1968*

16) Escreva o menor número de 3 algarismos que se pode escrever com os algarismos 7, 2 e 5, ocupando o 7 a ordem das dezenas.

Resposta: 275. *Ginasial, 1968*

17) Escreva em algarismos arábicos o número quatro milhões, quarenta mil e quatro.

Resposta: 4 040 004. *Ginasial, 1968*

18) Com os algarismos 2, 7, 0, 4 e 1 escrever:

a) o maior número de 5 algarismos.

b) o menor número de 5 algarismos.

c) em algarismos romanos o número de centenas do primeiro.

Resposta: a) 74.210

b) 10.247

c) DC CXLII. *C. Pedro II, 1968*

19) Qual o número de dois algarismos, menor do que 20, que tenha a soma dos valôres absolutos de seus algarismos igual a 9.

Resposta: 18. *Liceu Nilo Peçanha, 1968*

20) Qual o maior número de 5 algarismos distintos?

Resposta: 98.765. *Liceu Nilo Peçanha, 1968*

21) Considere o número setenta e cinco mil e vinte cinco. Escreva êsse número em algarismos arábicos.

Resposta: 75.025. *Liceu Nilo Peçanha, 1968*

22) Diga o nome da classe mais elevada do número da questão acima.

Resposta: Milhar. *Liceu Nilo Peçanha, 1968*

23) No mesmo número, diga o nome da ordem mais elevada.

Resposta: Dezena de milhar.

Liceu Nilo Peçanha, 1968

24) No mesmo número dê o valor relativo do algarismo de 4.ª ordem.

Resposta: 5.000. *Liceu Nilo Peçanha, 1968*

25) Dado o número 91.742.148, qual a maior classe e a maior ordem?

Resposta: Milhões e dezenas de milhões.

Liceu Nilo Peçanha, 1967

26) Na adição $\overline{\text{IV}}$ CLXVIII + ... = $\overline{\text{M}}$CDXXXI escrever a parcela que falta, em romanos.

Resposta: CMXCVICCLXIII.

Liceu Nilo Peçanha, 1968

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Operações fundamentais são:

Soma ou *adição; subtração; multiplicação* e *divisão.* Vejamos o que significa cada uma delas.

Somar é reunir duas ou mais *quantidades da mesma* espécie, numa só.

Quantidades da mesma espécie são chamadas *homogêneas*. Só podemos somar, portanto, quantidades *homogêneas*.

Quantidades de espécies diferentes são chamadas *heterogêneas* e não podem ser somadas. As quantidades a somar chamam-se *parcelas* e o resultado da apuração, *soma.*

Uma soma é indicada pelo sinal mais (+) colocado entre as parcelas *(soma indicada).*

Assim:

1.967 + 1.397 + 105

indica uma soma cujas parcelas são: 1.967; 1.397 e 105. Para obtermos o seu resultado costumamos dispô-las como se segue:

$$\left.\begin{array}{r} 1.967 \\ +\ 1.397 \\ 105 \end{array}\right\} \textit{parcelas}$$

$$\overline{3.469} \quad \textit{Soma efetuada}$$

ou valor da soma ou resultado da adição ou, simplesmente, *soma.*

Propriedades da sôma

1.ª) A soma de várias parcelas é independente de sua ordem *(propriedade comutativa).*

Assim

1.967 + 1.397 + 105 é o mesmo que
1.397 + 1.967 + 105 ou
105 + 1.967 + 1.367.

2.ª) Numa soma indicada de várias parcelas podemos substituir várias de suas parcelas pela sua soma *(propriedade associativa).*

1.967 + 1.397 + 105 é o mesmo que
1.967 + 1.397 + 105

3.364 + 105 ou
1.967 + 1.397 + 105 ou

1.967 + 1.502

3.ª) Numa soma indicada de várias parcelas, podemos decompor qualquer das parcelas e várias outras que somadas tenham o seu valor *(propriedade dissociativa).*

Assim:

1.967 + 1.502 é o mesmo que
1.967 + 1.397 + 105 ou
1.000 + 900 + 67 + 1.502

Subtrair é achar quantas unidades de uma das quantidades, chamada *minuendo,* excede às de outra da mesma espécie, denominada *subtraendo.* O resultado da operação chama-se *resto, excesso* ou *diferença.* Esta definição permite-nos escrever:

Minuendo = Subtraendo + Resto
Subtraendo = Minuendo — Resto

Resto = Minuendo — Subtraendo

O *minuendo,* o *subtraendo* e o *resto,* chamam-se *têrmos* da subtração.

Não podemos subtrair quantidades heterogêneas, isto é, de espécies diferentes.

Indica-se uma subtração colocando-se o sinal menos (—) entre o *minuendo* e o *subtraendo.* Assim:

3.547 — 132 é uma *subtração indicada.*

A subtração *não é uma operação comutativa* pois se podemos subtrair de 3.547, 132, não é possível de 132 subtrair 3.547.

3.547 é o minuendo e 132 o subtraendo.

Para obtermos o seu resultado (resto; excesso ou diferença) costumamos dispô-los como se segue:

3.547 (minuendo)
132 (subtraendo)

3.415 (resto)

Propriedades da subtração

1.ª) Uma subtração não se altera quando se soma ou subtrai ao minuendo e ao subtraendo, a mesma quantidade.

Assim:

Minuendo : 1968
Subtraendo: 347

Resto : 1621

Se somarmos ao *minuendo* e ao *subtraendo* 439, por exemplo, teremos:

Nôvo Minuendo: 1968 + 439 = 2407
Nôvo Subtraendo: 347 + 439 = 786

Resto (mesmo) 1621

O minuendo e o subtraendo foram aumentados de 439 e o resto não se alterou.

O mesmo acontecerá se subtrairmos do minuendo e do subtraendo, a mesma quantidade.

Vejamos:

Minuendo : 1968
Subtraendo: 347

Resto: 1621

Se subtrairmos do minuendo e do subtraendo 29, por exemplo, virão:

Nôvo Minuendo : 1968 — 29 = 1939
Nôvo Subtraendo: 347 — 29 = 318

Resto (mesmo) 1621

2.ª propriedade

Somando-se ou subtraindo-se ao minuendo uma certa quantidade, o resto aparece aumentado ou diminuído da mesma quantidade.

Sejam 1968 e 347 o minuendo e o subtraendo respectivamente.

O resto como vemos é:

Minuendo: 1968
Subtraendo: 347

Resto: 1621

Somemos ao minuendo 35, por exemplo, e conservemos o subtraendo. Virá:

Nôvo minuendo: 1968 + 35 = 2003
Mesmo subtraendo: 347

Nôvo resto: 1656
= (resto anterior) 1621 + 35 = 1656

Façamos o mesmo subtraindo-se do minuendo 35. Vem:

Nôvo minuendo 1968 — 35 = 1933
mesmo subtraendo 347 —

Nôvo resto 1586 =

= (resto anterior) 1621 — 35 + 1586

3.ª propriedade

Somando-se ou subtraindo-se ao subtraendo uma certa quantidade, o resto aparece diminuído ou aumentado da mesma quantidade.

Consideremos ainda os mesmos minuendo e subtraendo dados como exemplo e cujo resto é 1621.

Aplicada a propriedade vem se somarmos 43 ao subtraendo:

Mesmo minuendo: 1968
Nôvo subtraendo: 347 + 43 = 390

Nôvo resto: 1578 =

= (resto antigo) 1621 — 43 = 1578

Se subtrairmos 43 ao subtraendo, vem:

Mesmo minuendo: 1968 —
Nôvo subtraendo: 347 — 43 = 304

Nôvo resto: 1664 =

= (resto antigo) 1621 + 43 = 1664

4.ª propriedade

A soma dos têrmos de uma subtração, isto é, *minuendo, subtraendo* e *resto* é igual ao dôbro do minuendo.

Assim

Minuendo :	1968
Subtraendo:	347
Resto:	1621

1968 + 347 + 1621 =

1968 + 1968 que é duas vêzes o minuendo.

Multiplicar é repetir um número chamado *multiplicando*, tantas vêzes quantas forem as unidades de outro denominado *multiplicador*. O resultado da operação chama-se *produto*. O multiplicando e o multiplicador são os *fatôres do produto*

Indica-se uma multiplicação empregando-se o sinal *vêzes* (×) entre os fatôres.

Assim 4 × 3 é uma multiplicação indicada; 4 é o *multiplicando* e 3 o *multiplicador*.

Pela definição dada acima, 4 × 3 é o mesmo que 4 + 4 + 4, isto é, a repetição do *multiplicando (4)* tantas vêzes quantas são as unidades do *multiplicador (3)*.

O resultado 12 é o *produto*.

3 e 4 são os *fatôres do produto*.

Seja efetuar o *produto indicado* 132 × 15.

Para obtermos o seu resultado (produto) costumamos dispô-los como se segue:

```
   132  Multiplicando
 × 15   Multiplicador
 -----
   660
  132
 -----
 1.980  Produto
```

Propriedades da multiplicação

1.ª) A ordem dos fatôres não altera o produto (propriedade comutativa).

Assim

3 × 4 × 7 é o mesmo que
4 × 3 × 7 ou 7 × 3 × 4

2.ª) Num produto indicado de vários fatôres, podemos substituir vários fatôres pelo seu produto (*propriedade associativa*).

Assim:

3 × 4 × 7 é o mesmo que
12 × 7 ou 3 × 28 ou
4 × 21

3.ª) Para multiplicar uma soma de várias parcelas por um número, é preciso multiplicar cada parcela da soma, por êsse número e somar os resultados.

Assim:

(2 + 3 + 7) × 5 é o mesmo que
2 × 5 + 3 × 5 + 7 × 5, isto é:
10 + 15 + 35

4.ª) O produto de duas somas é igual à soma dos produtos obtidos, multiplicando-se sucessivamente as parcelas da primeira soma pelas da segunda.

Assim:

(2 + 3) (5 + 7) é o mesmo que
2 × 5 + 2 ×7 + 3 × 5 + 3 × 7 = 60

5.ª) Num produto indicado de vários fatôres, podemos substituir qualquer dos fatôres por outros que multiplicados tenham o seu valor (propriedade dissociativa).

Assim:

24 × 35 é o mesmo que
3 × 8 5 × 7

6.ª) O produto é da mesma espécie do multiplicador. Assim, se o dia de trabalho de um operário é pago à razão de NCr$ 2,00 por dia, no fim do mês o operário receberá

30 dias × NCr$ 2.00 = NCr$ 60,00

Dividir é verificar quantas vêzes as unidades de uma das quantidades, chamada *divisor*, estão contidas na outra quantidade conhecida pelo nome de *dividendo*.

Quando as unidades do divisor se contém em número exato de vêzes no dividendo, dizemos que a divisão é *exata*, isto é, não há *resto*.

O número de *vêzes* que o divisor se contém no dividendo, chama-se *quociente*.

Numa divisão há, portanto, *dividendo, divisor, quociente* e *resto*.

Uma divisão é indicada pelo sinal de divisão (÷) separando o *dividendo* e o *divisor*.

Assim:

15 ÷ 3; 15 ÷ 7.

(Dividendo)	15	3 (divisor)
(Resto)	0	5 (quociente)

e

(Dividendo)	15	7 (divisor)
(Resto)	1	2 (quociente)

Propriedades da divisão

1.ª) O dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente, mas o resto (se houver).

Assim no segundo exemplo dado, isto é, 15 ÷ 7

$15 = 7 \times 2 + 1$

2.ª) O maior resto que se pode achar em uma divisão é igual ao divisor menos uma unidade.

Assim em uma divisão cujo divisor seja 5, o maior resto que se pode achar é 4, isto é, 5 — 1 = 4.

39	5
4	7

3.ª) Multiplicando-se ou dividindo-se o dividendo e o divisor por um número, o quociente não se altera *mas o resto fica multiplicado ou dividido por êsse número*

Assim

15	7
1	2

Se multiplicarmos 15 e 7 por 3, respectivamente teremos

45	21
3	2

Como vemos o quociente continuou sendo o mesmo, isto é, 2, mas o resto que antes era um, passou a ser três, isto é, apareceu também multiplicado por 3. No caso teremos 27 para dividir por 6, o seu resto será

27	6
3	4

Se dividirmos 27 e 6 por 3 passaremos a ter 9 e 2 e na divisão que fôr efetuada, o quociente continuará sendo 4 mas o resto será um, isto é 3 ÷ 3 = 1, como

9	2
1	4

Não vamos, neste trabalho, por falta e cabimento, ensinar as quatro operações; entretanto aproveitaremos as operações efetuadas para tirar suas provas reais.

Assim é que na soma

$$\begin{array}{r} 1.967 \\ 1.397 \; + \\ 105 \\ \hline 3.469 \end{array}$$

A prova real é feita separando-se uma das parcelas e subtraindo-se da soma total, a soma das demais. Se o resultado encontrado fôr igual à parcela separada é sinal de que a soma está certa.

Assim, separando-se por exemplo a parcela 1.967 e somando-se as outras duas encontraremos

$$\begin{array}{r} 1.397 \; - \\ 105 \\ \hline 1.502 \end{array}$$

que subtraídos da soma total 3.469, dará 1.967 (parcela separada) se a operação estiver certa.

Então

$$\begin{array}{r} 3.469 \\ 1.502 \\ \hline \end{array}$$

1967 (operação certa). Na subtração, se a soma do subtraendo e do resto fôr igual ao minuendo é indicação de que a subtração está certa

Assim

$$\left.\begin{array}{r} 3.547 \\ - \; 132 \\ \hline 3.415 \end{array}\right\} +$$

3.547 (soma do subtraendo e do resto)

Então (soma do subtraendo e do resto) subtração certa.

Na multiplicação:

$$132 \times 15 = 1.980$$

Divide-se o produto 1.980 por 132 ou 15 Se os resultados forem 15 e 132, respectivamente, é sinal de que o produto est ácerto.

Assim:

$$1980 \div 15 = 132 \text{ ou}$$
$$1980 \div 132 = 15.$$

Na divisão:

Em virtude da 2.ª propriedade
(dividendo) 15 3 (divisor) × 5 (quociente) + 0 (resto)
(dividendo) 15 = 7 (divisor) × 2 (quociente) + 1 (resto)
Indica estarem certas as divisões efetuadas.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Numa adição de quatro parcelas a primeira é 3.046; a segunda é 810 e a terceira é 90. A soma de tôdas é 4.292. Calcular a quarta parcela.

A soma das três parcelas conhecidas é:

$$\begin{array}{r} 3.046 \\ + \; 810 \\ 90 \\ \hline 3.946 \end{array}$$

Como a soma de tôdas é 4.292 e a soma das três é 3.946, menor

$$\begin{array}{r} 4.292 \\ - \; 3.946 \\ \hline 346 \end{array}$$

do que a soma total conclui-se que o valor da última parcela, isto é, a quarta, é 346.

2) Um aluno ao escrever as duas parcelas de uma soma enganou-se e escreveu a primeira com um êrro de 347 para mais e a segunda também com êrro de 129 unidades para mais.

Qual foi o êrro total cometido pelo aluno?

Tendo acrescido a primeira parcela de 347 unidades, foi como se houvesse introduzido nas quantidades a somar uma parcela igual a 347.

Com a segunda parcela aconteceu o mesmo, acarretando assim a criação de uma outra parcela igual a 129.

Assim sendo, a soma que tinha de início duas parcelas acabou como se tivesse quatro, isto é as duas primeiras e mais outras duas iguais a 347 e 129, respectivamente.

Verifica-se então que a soma final foi acrescida de

$$\begin{array}{r} 347 \\ +\ 129 \\ \hline 476 \end{array}$$

476, que foi o êrro cometido na soma, para mais, pelo aluno.

3) No mesmo problema os êrros cometidos foram na primeira parcela 347 para mais e na segunda 129 para menos. Qual foi o êrro total na soma?

Pelo fato de ter errado para mais de 347 na primeira parcela, segue-se que a soma sofrerá um aumento de 347.

Em virtude de ter errado, na segunda, para menos 129 unidades, a soma ficou diminuída de 129 unidades. Então o êrro total foi:

347 (para mais)
— 129 (para menos)

218 (êrro final para mais)

4) A diferença de dois tnúmeros foi 708.356.

Houve, porém um êrro de 394 unidades para mais no minuendo e no subtraendo, um êrro, também para mais igual a 27.

Qual seria o resultado certo se não houvesse os êrros apontados?

Como o êrro, para mais, de 394 no minuendo, a diferença encontrada, 708.356 ficam aumentada de 394. Se o êrro fôsse só êste o resultado certo seria:

$$\begin{array}{r} 708.356 \\ -\ 394 \\ \hline 707.962 \end{array}$$

Tendo havido também um êrro para mais igual a 27, no subtraendo significa que foi subtraído um número maior 27 unidades do que devia do minuendo e por isso o que sobrou, depois da primeira correção, deve ser acrescido do que foi subtraído a mais.

O resultado certo será pois:

$$\begin{array}{r} 707.962 \\ +\ 27 \\ \hline 707.989 \end{array}$$

O que foi dito pode ser esquematizado como se segue:

Minuendo + 394
Subtraendo + 27

Resto 708.356 (errado)

Resto certo: 708.356 — 394 + 27 = 707.989

5) No mesmo problema anterior o serros cometidos foram: 1.394 unidades para menos no minuendo e 327 unidades também para menos no subtraendo. O resto encontrado foi 345.901.

Qual o resto certo?

Errar para menos no minuendo, implica em sobrar menos no resto. Para compensar o resto torna-se necessário somar a êle o êrro cometido no minuendo, isto é 1.394.

Teremos então:

$$\begin{array}{r} 345.901 \\ +\ 1.394 \\ \hline 347.295 \end{array}$$

Por outro lado errar para menos no subtraendo implica em subtrair menos do que devia, e portanto, no resto sobrará mais.

Para compensar é preciso retirar do resto o que foi somado a menos, isto é 327 e teremos:

$$\begin{array}{r} 347.295 \\ 327\ - \\ \hline 346.968 \end{array}$$

6) Que alteração sofre o resultado de uma subtração (resto) quando aumentamos o minuendo de 19 e diminuimos o subtraendo de 15?

Aumentar o minuendo de 19 é o mesmo que concorrer para que no resto sobre mais 19 unidades.

Diminuir o subtraendo de 15 é o mesmo que subtrair um número menor 15 unidades, concorrendo para que sobrem no resto mais 15 unidades.

Considerando-se os dois efeitos, conclue-se que o resto ficará aumentado de:

$$\begin{array}{r} 19 \\ +\ 15 \\ \hline 34 \end{array}$$

7) Que alteração sofre o resto de uma subtração quando subtraímos 15 unidades ao minuendo e samamos 5 unidades ao subtraendo?

Diminuir 15 ao minuendo implica em diminuir o resto de 15.

Somar 7 ao subtraendo acarreta sobrar menos no resto. Como resultado final o resto ficará diminuído de:

$$15 + 7 = 22.$$

8) O minuendo foi aumentado de 13.005 unidades, que devemos fazer no subtraendo a fim de que o acréscimo do resto seja apenas de 36 unidades.

Aumentar o minuendo de 13.005 unidades implica em aumentar o resto de 13.005.
Para diminuir o resto é preciso aumentar o subtraendo.

Como queremos que o resto fique aumentado apenas de 36 unidades é necessário que o subtraendo seja aumentado apenas de:

$$\begin{array}{r} 13.005 \\ 36\ - \\ \hline 12.969 \end{array}$$

9) Quantas unidades ficam somadas ao número 31 quando o multiplicamos por 12?

Mutiplicar o número 31 por 12 é repeti-lo 12 vêzes.

Como antes da repetição o número 31 já existia, segue-se que é necessário escrevê-lo mais 11 vêzes o que é o mesmo que multiplicá-lo por 11 e teremos:

$$31 \times 11 = 341.$$

10) Que altteração sofrerá a soma $100 + 90 = 190$ se multiplicarmos a primeira parcela por 19.

Depois do que foi dito no problema anterior multiplicar 100 por 19 é repetir 100 dezenove vezes; ou seja somar a 100 mais dezoito parcelas iguais a ela, isto é, multiplicar 100 or 18, que é igual a 1.800.

Êsse resultado será a alteração sofrida pela soma 190.

11) Sabendo que 15 × 30 = 450, dizer quantas unidades há a mais no produto 15 × 32, sem efetuá-lo.

Podemos escrever:

$$15 \times 32 = 15 \times (30 + 2)$$

Como foi explicado anteriormente

$$15 \times (30 + 2) = 15 \times 30 + 15 \times 2 \qquad (1)$$

Considerando que o produto inicial era 15 × 30 = 450, na igualdade (1) êsse produto aparece acrescido de 15 × 2 = 30, que é a alteração sofrida pelo produto a calcular sem efetuá-lo.

12) Sem efetuar a multiplicação 15 × 14, calcular quantas unidades êsse produto excede 14 × 13.

Como no exemplo anterior, podemos escrever:

$$14 \times 13 = (15 - 1)(14 - 1)$$

e como já foi mostrado seu resultado é

$$15 \times 14 \underbrace{- 15 \times 1 - 1 \times 14 + 1}_{A}$$

Ve-se assim que o produto primitivo 15 × 14 ficará alterado em virtude da parte assinalada com a letra A, isto é:

$$-15 - 14 + 1 = -.28$$

13) Um aluno ao multiplicar um número por 40 multiplicou-o por 4 e esqueceu-se de colocar o zero à direita do produto, cometendo um êrro no resultado de 34.812, para menos. Que número o aluno deverá ter multiplicado por 40?

Não colocando o zero à direita do produto foi como se houvese multiplicado o número apenas por 4. Como devia multiplicá-lo por 40 deixou de fazê-lo por 40 — 4 = 36. Tendo achado um resultado menor 34.812, por não ter multiplicado por 36, segue-se que o número que não foi multiplicado é:

$$34.812 \div 36 = 967$$

14) Se o produto de dois números é 1.113, qual será o produto de um número 5 vêzes maior que o primeiro fator, por outro 7 vêzes maior que o segundo?

Se apenas o primeiro fator fôsse 5 vêzes maior que no início, o resultado seria 5 vêzes maior.

Como o segundo também tornou-se 7 vêzes maior o produto será sete vêzes maior.

Ficando 5 vêzes maior em virtude da alteração no primeiro fator e 7 vêzes maior em razão de alteração do segundo, o produto ficará 5 × 7 = 35 vêzes maior do que era, ou seja:

$$1.113 \times 35 = 38.955$$

15) Um aluno efetuou a multiplicação de 213 × 105 e escreveu o segundo produto parcial sob o primeiro deslocando-o para a esquerda uma única ordem. Determinar o êrro sem refazer a operação.

O que o aluno fêz foi multiplicar o número por 15 em lugar de multiplicá-lo por 105. Deixou portanto de multiplicar 231 por 105 — 15 = 90.

Para refazer o êrro é bastante multiplicar 231 por 90 e somar o resultado ao encontrado primitivamente.

O êrro cometido foi de:

$$231 \times 90 = 20.790$$

16) O menor de dois números é: 2.082. A diferença entre êles é o quíntuplo do menor. Calcular o maior.

Se a diferença entre os dois números cujo menor é 2.082, é o quíntuplo do menor, é fácil concluírmos que o *menor somado* com a *diferença* dá um resultado igual a seis vêzes o menor.

Vimos também que a soma do menor (subtraendo) com a diferença (resto) é igual ao minuendo.

Então o maior dos dois números (minuendo) é seis vêzes o menor, isto é:

2.082 × 6 = 12.492

17) Paulo e Pedro têm quantias iguais. Paulo dá a Pedro NCr$ 4,00 e recebe de Pedro NCr$ 9,00.

Dizer quem ficou com a maior quantia e quanto mais?

Quando Paulo deu NCr$ 4,00 a Pedro, ficou com menos NCr$ 8,00 do que aquêle.

Por outro lado, quando recebeu NCr$ 9,00 de Pedro ficou com NCr$ 18,00 mais do que êle.

A diferença entre as duas situações:

NCr$ 18,00 — NCr$ 8,00 = NCr$ 10,00

mostra que Paulo ficou com mais NCr$ 10,00 do que Pedro.

18) Num tanque entram 36 litros dágua por minuto e se escoam 14 litros no mesmo tempo. No fim de 5 horas quantos litros haverá no tanque?

Se entram 36 litros e saem 14 litros no mesmo tempo, ficam no reservatório:

36 — 14 = 22 litros por minuto.

Como cada hora tem 60 minutos, em 5 horas existirão 5 × 60 minutos = 300 minutos.

Então em 5 horas ou 300 minutos estavam contidos no tanque:

22 litros × 300 minutos = 6.600 litros.

19) Achar dois números inteiros e consecutivos, cuja soma é 3.935.

Dois números inteiros e consecutivos diferem de uma unidade.

Se os dois fôssem iguais ao menor a soma dêles seria:

3.935 — 1 = 3.934

e conseqüentemente um dêles teria o valor:

3.934 ÷ 2 = 1.967.

Conhecido o menor e sabendo que são consecutivos é fácil concluir que o maior será 1967 + 1 = 1968.

20) A soma de três números ímpares consecutivos é 63.

Achar os três números.

Dois números ímpares e consecutivos diferem de duas unidades.

Sendo três números, a diferença do menor para o segundo é 2 e a diferença para o terceiro, 4.

Para que todos se tornem iguais ao menor é necessário tirar 2 ao segundo e 4 ao terceiro.

Conseqüentemente a soma dos três números diferentes (63) passará a ser a soma de três números iguais ao menor; não será mais 63 e sim:

63 — 6 = 57

Os números iguais valerão:

57 ÷ 3 = 19, que é o menor.

Fácil será determinar os outros dois, pois êles são ímpares sucessivos e por isso serão:

19, 21 e 23.

21) João emprestou NCr$ 1.578,80 à Pedro.

Se houvesse emprestado mais NCr$ 411,00 teria ficado com NCr$ 20.000,00. Quanto tinha João antes do empréstimo?

O empréstimo inicial foi de NCr$ 1.578,80. Se houvesse emprestado mais NCr$ 411,00, o empréstimo total seria de:

NCr$ 1.578, 80
NCr$ 411, 00

NCr$ 1.989, 80

Depois disso João ainda teria NCr$ 20.000,00.

É fácil concluir-se que se não houvese efetuado o empréstimo teria:

NCr$ 20.000,00 + NCr$ 1.989,80

ou seja:

NCr$ 21.989,80.

22) Pagou-se uma dívida de NCr$ 310, 00. Se houvéssemos pago menos NCr$ 64,00 teríamos ficado com .... NCr$ 15.000,00.

Quanto tinha o devedor?

Se em lugar de pagar NCr$ 310, 00 houvesse pago menos NCr$ 64,00, o pagamento teria sido de NCr$ 310,00 — NCr$ 64,00 = NCr$ 246,00.

Se depois de efetuar o pagamento ainda ficou com NCr$ 15.000,00 é sinal de que antes do pagamento tinha NCr$ 15.000, 00 + NCr$ 246, 00 = NCr$ 15.246, 00.

23) Paulo efetuou um pagamento de NCr$ 4.000,00. Se em vez de efetuá-lo todo ficasse devendo a metade poderia adquirir um objeto de NCr$ 8.745,00.

Com quanto ficou Paulo depois de efetuar o pagamento?

A metade do pagamento corresponde a NCr$ 2.000,00. Se fôssem pagos só NCr$ 2.000 00 restariam:

NCr$ 8.745,00

Então tendo sido pagos os NCr$ 4.000,00 sobraram:

NCr$ 8.745,00 — NCr$ 2.000,00 = NCr$ 6.745,00.

24) A soma de dois números é 867 e a diferença entre êles é 253. Quais são os números?

Em problemas dêsse tipo convém ter em mente as seguinte regra:

A soma da soma com a diferença dos dois números é igual ao dôbro do maior número.

A diferença entre a soma dos dois números e sua diferença é igual ao dôbro do menor dos números.

Então 867 (soma dos dois números) + 253 (diferença dos dois números) é igual ao *dôbro do maior dos números*.

Assim:

867 + 253 = 1.120 (dôbro do maior número) e o *maior número* será:

1.120 ÷ 2 = 560.

Do mesmo modo:

867 (soma dos dois números) — 253 (diferença dos dois números) é igual ao dôbro do *menor dos números*.

Assin

867 — 253 = 614 (dôbro do menor dos números) e o *menor número será:*

614 ÷ 2 = 307.

25) A soma de dois números é 28 e um dêles é o triplo do outro. Achar os dois números.

Se o maior dos números é três vêzes o menor, êle (maior) somado com o menor corresponde a quatro vêzes o menor, que o problema diz ser 28 (a soma).

Então para acharmos o *menor* é bastante dividir a soma 28 por 4 e acharemos que o menor vale 7.

Considerando que o maior é o triplo do menor conclui-se que o *maior* será 3 × 7 = 21.

Os números são pois: 7 e 21.

26) A diferença de dois números é 288 e o menor é 5 vêzes o maior. Achar os dois números.

Se o maior é 5 vêzes o menor, a diferença entre 5 vêzes o menor e o menor, é 4 vêzes o menor. Essa diferença, diz o problema é 288. Então o menor será 288 ÷ 4 = 72.

O maior, que é 5 vêzes o menor, será:

$$72 \times 5 = 360.$$

Os números são pois: 72 e 360.

27) Um pai tem 31 anos e seu filho 13. Há quantos anos a idade do pai foi o quádruplo da do filho?

Se o filho tem 13 anos o acontecimento não está se realizando, pois para isso era necessário que o pai tivesse 4 × 13 = 52 anos. Considerando que êle tem 31 para que o fato estivesse acontecendo era necessário que o pai tivesse 52 — 31 = 21 anos mais do que tem.

Considerando que a idade do pai é 4 vêzes a do filho (no instante que se procura), a diferença entre suas idades será 3 (4 — 1) vêzes a idade do filho e que no caso do problema seria 21 anos, se o instante fôsse o atual.

Então:

21 ÷ 3 = 7 anos (ocasião em que se deu o fato da idade do pai ser o quádruplo da do filho).

Outra solução

No momento a diferença de idades entre pai e filho é

$$31 — 13 = 18 \text{ anos.}$$

A idade do pai sendo quatro vêzes a do filho, a diferença entre elas é igual a 3 vêzes a do filho.

Então:

18 ÷ 3 = 6 anos que será a idade que o filho terá.

Como êle tem 13 anos e o fato se deu quando êle tinha 6 anos, conclui-se que tudo se passou quando êle tinha:

$$13 — 6 = 7 \text{ anos.}$$

28) A soma de dois números é 66. O menor dos números é igual a quarta parte do maior mais 16. Quais são os números?

Se o menor dos números fôsse apenas a quarta parte do maior, a soma dos dois números não seria 66 e sim:

$$66 — 16 = 50.$$

Se o menor é a quarta parte do maior é porque o maior é quatro vêzes o menor.

A soma dos dois, isto é: quatro vêzes o menor mais o menor dá 5 vêzes o menor cuja soma é 50. Então o menor seria 50 ÷ 5 = 10.

Acontece porém que o menor é a quarta parte do maior (10) mais 16, isto é

$$10 + 16 = 26.$$

Como temos a soma de dois números igual a 66 e um dêles 26, conclui-se que o outro será:

$$56 — 26 = 40.$$

Os números são pois: 26 e 40.

29) A soma de dois números é 182. O maior é o quádruplo do menor, menos 8. Quais são os números?

Se o maior fôsse exatamente o quádruplo do menor (não faltasse 8), a soma dos dois números seria 5 vêzes o menor dêles e valeria:

$$182 + 8 = 190.$$

Então o menor dêles seria:

$$190 \div 5 = 38.$$

O maior seria:

$$4 \times 38 = 152.$$

se não faltasse 8 para ser 4 vêzes o menor. Então o maior será:

$$152 — 8 = 144$$

Os números são pois 38 e 144.

30) Um pai tem 60 anos e seus filhos 14, 16 e 18 anos. No fim de quanto tempo a idade do pai será igual à soma das idades dos filhos?

A diferença entre as idades do pai e a soma das idades dos filhos é:

$$60 - (14 + 13 + 18) = 60 - 48 = 12$$

Cada ano que se passa a idade do pai aumenta um ano e a soma das idades dos filhos aumenta 3. Em cada ano, portanto, a diferença de 12 anos diminui de:

$$3 - 1 = 2.$$

Para que a diferença de 12 anos desapareça serão necessários:

$$12 \div 2 = 6 \text{ anos}.$$

31) Um avicultor leva ovos para vender por NCr$ 0,10 cada um. Tendo quebrado na viagem 15 ovos vendeu entretanto, os restantes por NCr$ 0, 12 cada um, obtendo assim uma vantagem de NCr$ 4,20 em relação à venda de todos que levava por NCr$ 0,10, se não quebrasse nenhum. Quantos ovos levava o avicultor?

O acréscimo de NCr$ 0,12 — NCr$ 0,10 = NCr$ 0,02 no prêço de cada ôvo, acarretou na venda dos restantes um lucro de NCr$ 4,20. Se não houvese quebrado nenhum e resolvesse vendê-los a NCr$ 0, 12 o lucro seria:

NCr$ 4,20 + 15 × NCr$ 0,12 = NCr$ 6,00, que teria sido conseguido com a venda de NCr$ 6,00 ÷ NCr$ 0,02 = 300 ovos.

32) Dois atiradores vão fazer tiro ao alvo valendo cada acêrto NCr$ 0,20. De início um tinha NCr$ 36,00 e o outro NCr$ 12,00, mas ao terminar a série de tiros, o primeiro tinha a mesma importância que o segundo.

Quantos acertos o segundo obteve mais que o primeiro?

A importância dos dois era:

NCr$ 36,00 + NCr$ 12,00 = NCr$ 48,00.

Se ao terminar a série de tiros os dois tinham quantias iguais, cada um tinha:

NCr$ 48, 00 ÷ 2 = NCr$ 24, 00

O primeiro tinha perdido:

NCr$ 36, 000 — NCr$ 24, 00 = NCr$ 12, 00

Cada acêrto valendo NCr$ 0, 20, o número de tiros que o segundo acertou mais que o primeiro, foi:

NCr$ 12, 00 ÷ NCr$ 0, 20 =60

33) As idades de duas pessoas somam 80 anos. Subtraindo-se 15 anos da idade da mais velha e acrescentando-os à da mais nova, as idades tornam-se iguais. Qual a idade de cada uma?

Se as idades de ambas somam 80 anos e tornam-se iguais com a passagem de 15 anos de uma para outra, segue-se que cada uma ficou com 40 anos.

Para que a mais môça, depois de receber 15 anos ficasse com a idade de 40 anos, era preciso que tivesse antes:

$$40 - 15 = 25 \text{ anos}.$$

Por outro lado, e depois de dar 15 anos, a mais velha ficou com 40 anos é porque antes da doação tinha:

$$40 + 15 = 55 \text{ anos}.$$

34) Como pagamento de uma dívida ofereceram dois objetos a escolher, que valiam juntos NCr$ 20,00. Caso aceitassem o primeiro dos objetos, o devedor ficaria ainda com débito de NCr$ 2, 00. Se o segundo fôsse preferido, o credor teria que devolver NCr$ 2, 00 ao devedor. Qual o valor de cada objeto e qual a importância da dívida?

Evidentemente, o segundo objeto é mais valioso que o primeiro.

A diferença de valôres entre um e outro é fácil de ver, corresponde a:

NCr$ 2,00 + NCr$ 2,00 = NCr$ 4,00,

pois com a entrega do segundo objeto em vez do primeiro, os NCr$ 2, 00 que ficariam faltando (no caso da entrega do primeiro) foram pagos e ainda sobraram NCr$ 2, 00.

Como os dois objetos valem juntos NCr$ 20,00 e um vale mais que outro NCr$ 4,00, teremos agora um problema igual ao de n.º 24, isto é, a soma de dois números é NCr$ 20,00 e a diferença NCr$ 4,00.

Os objetos valem então:

1.º objeto: $\frac{20,00 - 4,00}{2}$ = NCr$ 8, 00

2.º objeto $\frac{20,00 + 4,00}{2}$ = NCr$ 12, 00

Se o recebimento do segundo objeto implica na restituição de NCr$ 2, 00 ao devedor, conclui-se que a dívida era de:

NCr$ 12,00 — NCr$ 2,00 = NCr$ 10,00

35) Multiplicando-se um número por 5, fica aumentado de 1.316. Qual é êsse número?

Multiplicar um número por 5, é o mesmo que somar ao número o quádruplo do seu valor. Foi por isso, então que o número tornou-se maior 1.316. Ora, o quádruplo de um número sendo 1.316, o número será:

1.316 ÷ 4 = 329.

36) Dividir NCr$ 2.000,00 entre duas pessoas de modo que uma receba o quádruplo da outra.

Uma das pessoas recebendo uma parte a outra receberá 4 vêzes mais, ou sejam, 4 partes.

A importância a dividir deverá ser dividida em 5 partes (1 da primeira e 4 da segunda) e teremos então para a primeira:

NCr$ 2.000, 00 ÷ 5 = NCr$ 400, 00.

A segunda receberá o quádruplo da primeira, ou seja:

4 × NCr$ 400,00 = NCr$ 1.600,00.

37) A soma de dois números é 158 e a divisão de um pelo outro dá 13 para quociente e quatro para resto. Quais são êsses números?

Se a divisão de um pelo outro desse 13 para quociente e não houvesse resto, a soma dêles não seria 158 e poderíamos dizer que um dos números era 13 vêzes o outro. A soma seria:

158 — 4 = 154.

Os dois somados seriam 14, (1 + 13) vêzes o menor, que por sua vez seria igual a:

154 ÷ 14 = 11.

Se o menor é 11 e a soma dêles é 158, segue-se que o outro será:

158 — 11 = 147.

38) Um trem carrega 410 passageiros de 1.ª e 2.ª classes e apura o total de NCr$ 453,00. A passagem de 1.ª custa NCr$ 1,50 e a de 2.ª NCr$ 0,90. Quantos eram os passageiros de 1.ª e 2.ª classe?

Se todos os passageiros fôssem de 1.ª classe a arrecadação teria sido de:

410 × NCr$ 1, 50 = NCr$ 615, 00

Como foi apenas de NCr$ 453, 00 houve uma diferença de:

NCr$ 615,00 — NCr$ 453,00 = NCr$ 162,00.

Tal diferença decorre do número de passageiros de 2.ª transportados e que pagaram:

NCr$ 1, 50 — NCr$ 0, 90 = NCr$ 0,.60 menos.

Cada NCr$ 0,60 corresponde, pois, a um pasageiro de 2.ª e êles foram tantos que produziram uma diminuição da receita de NCr$ 162, 00.

O seu número foi então:

NCr$ 162,00 ÷ NCr$ 0,60 = 270 e

os de 1.ª classe: 410 — 270 = 140.

39) A soma de três números que figuram numa subtração é 1.578. O minuendo excede o resto de 532 unidades. Determinar êsses números.

Vimos que a soma dos têrmos de uma subtração é igual ao dôbro do minuendo.

Então o minuendo é:

1.578 ÷ 2 = 789.

Como êle excede o resto de 532, o resto será:

789 — 532 = 257.

Conseqüentemente o subtraendo será:

789 — 257 = 532.

40) Numa divisão o dividendo é 5.328; o quociente 23 e o resto 15. Qual é o divisor?

Se não houvesse resto o dividendo seria:

5.328 — 15 = 5.313.

Como o quociente é 23 segue-se que o divisor será:

5.313 ÷ 23 = 231.

41) Numa divisão o resto é 22; o quociente 43 e o divisor 127. Qual é o dividendo?

Sabemos que o dividendo é igual ao divisor multiplicado pelo quociente, mais o resto. Então:

Dividendo = 127 × 43 + 22 = 5.483.

42) Numa divisão o resto é 12 e o quociente 34. A diferença entre o dividendo e o divisor é 540. Achar o dividendo e o divisor.

Se não houvesse o resto 12, a diferença entre o dividendo e o divisor seria:

540 — 12 = 528.

O quociente sendo 34 significa que a diferença entre êles seria 34 — 1 = 33 vêzes o divisor e conseqüentemente êle seria:

528 ÷ 33 = 16.

Considerando porém que por haver resto, a diferença entre o dividendo e o divisor é 540, segue-se que o dividendo será:

Dividendo: 16 × 34 + 12 = 556 em virtude do que foi dito no problema anterior.

43) Em uma divisão de números inteiros o dividendo é 92, o resto 7 e o quociente não é 1. Calcule o divisor.

I. E. — 1968

Como temos procedido de outras vêzes, concluímos que se não houver resto (7) o dividendo seria:

92 — 7 = 85.

O quociente não sendo 1 e não havendo resto temos que calcular dois números que multiplicados dêem 85 e acharemos 5 × 17. Como o resto é 7 o divisor não pode ser 5 e então só poderá ser 17.

44) Tem-se um produto de três fatôres. Com a multiplicação do primeiro fator por 4; do segundo por 6 e dividido o terceiro por 3, o produto fica aumentado de 1.260 unidades. Qual é o produto.

C. Pedro II — 1968

O primeiro fator sendo multiplicado por 4 o produto fica 4 vêzes maior.

O segundo fator sendo multiplicado por 6, o produto fica 6 vêzes maior.

Se não houvessem outra alteração o produto ficaria $4 \times 6 = 24$ vezes maior.

Considerando que o terceiro fator foi dividido por 3 o produto final ficava aumentado de:

$$24 \div 3 = 8 \text{ vêzes.}$$

O problema diz que o produto ficou aumentado de 1.260 unidades.

Ficar aumentado oito vêzes é ser acrescido de 7 vêzes o produto primitivo.

Então 1.260 unidades corresponde a 7 vêzes o produto primitivo e então êle será:

$$1.260 \div 7 = 180.$$

45) Numa divisão o dividendo é 511 e o divisor 71. Escreva:

a) o maior número que se pode acrescentar ao dividendo sem alterar o quociente.

b) O menor número que se deve acrescentar ao dividendo para que a divisão seja exata.

c) O mneor número que se pode acrescentar ao dividendo sem alterar o resto.

C. Pedro II — 1968

Efetuando-se a divisão de 511 por 71 encontraremos:

	511	71
(resto)	14	7 (quociente).

O maior número que se pode somar ao dividendo sem alterar o quociente é:

$$71 - 14 - 1 = 56$$

O menor número que se deve acrescentar ao dividendo para que a divisão seja exata é:

$$71 - 14 = 57.$$

O menor número que se pode acrescentar ao dividendo sem alterar o resto é 71, pois o quociente passará a ser 8 mas o resto continuará sendo 14.

46) Numa divisão o resto é 51; o quociente é o dôbro do divisor que é o menor possível. Qual é o dividendo?

Se o resto é 51 e o divisor é o menor possível, só poderá ser 52 (mais um que o resto).

$$\text{Dividendo} = 52 \times (2 \times 52) + 51.$$
$$\text{Dividendo} = 5.459.$$

47) Um criador comprou 10 cavalos e 8 bois por NCr$ 240,00. A seguir adquiriu 5 cavalos e 12 bois pela mesma importância. Qual o preço de cada animal?

Podemos escrever:

1.ª compra 10 cavalos + 8 bois = NCr$ 240,00
2.ª compra 5 cavalos + 12 bois = NCr$ 240,00

Se a segunda compra houvesse sido o dôbro da que foi, o comprador teria comprado 10 cavalos; 24 bois e teria gasto NCr$ 480,00.

Poderíamos escrever:

1.ª compra: 10 cavalos + 8 bois = NCr$ 240,00. Compra que podia ter sido feita da 2.ª vez: 10 cavalos + 24 bois = NCr$ 480,00.

Comparando-se as duas, verifica-se que em ambas os cavalos comprados teriam sido em igual número, isto é, 10, mas na segunda compra haviam mais 16 bois (24 — 8 = 16) do que na primeira e por isso o gasto teria sido maior. NCr$ 480,00 — NCr$ 240,00 = NCr$ 240,00 em conseqüência da compra de mais 16 bois.

Então cada boi custou:

NCr$ 240,00 ÷ 16 = NCr$ 15,00.

Como na primeira compra foram adquiridos 8 bois, conclui-se que êles custaram:

$$8 \times \text{NCr\$ } 15{,}00 = \text{NCr\$ } 120{,}00$$

e como a compra total foi de NCr$ 240, 00 conclui-se que os 10 cavalos custaram:

$$\text{NCr\$ } 240{,}00 - \text{NCr\$ } 120{,}00 = \text{NCr\$ } 120{,}00$$

e conseqüentemente cada cavalo custou:

$$\text{NCr\$ } 120{,}00 \div 10 = \text{NCr\$ } 12{,}00.$$

48) Num terreno há galinhas e coelhos num total de 38 cabeças e 102 pés. Quantas são as galinhas e quantos são os coelhos?

Se só houvessem galinhas, isto é, se os coelhos fôssem galinhas o total de cabeças continuaria sendo 38, mas o de pés não seria 102 e sim $38 \times 2 = 76$.

Porque existem galinhas e coelhos é que o número de pés é maior.

$$102 - 76 = 26.$$

Isso acontece porque as galinhas têm 2 pés e os coelhos 4 pés, ou seja mais $4 - 2 = 2$ pés mais que cada galinha.

Por isso houve um aumento de 26 pés em virtude de cada coelho ter mais 2 que cada galinha.

Então os coelhos são:

$$26 \div 2 = 13.$$

Se o total de animais era 38 e os coelhos são 13 conclui-se que as galinhas serão:

$$38 - 13 = 25.$$

49) O produto de quatro números é $28 \times 20 \times 16$. O produto de suas quartas partes qual é?

C. Militar — 1968

O enunciado fala em produto de 4 números e só dá 3. É preciso, portanto desdobrar um dos fatores no produto de dois outros.

Considerando que o problema pede o produto das quartas partes dos fatôres é preciso que todos êles sejam divisíveis por 4. Assim sendo os quatro fatôres serão:

$28 \times 20 \times 4 \times 4$ e o produto de suas quartas partes:
$7 \times 5 \times 1 \times 1 = 35.$

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Ao pretender conferir uma soma, enganei-me e acrescentei a soma às parcelas, encontrando 7.658. Dizer: a) qual a soma; b) quantas dezenas ela contém.

C. Pedro II — 1968

Resposta: 3.829 e 382.

2) Quatro estudantes foram fazer um passeio e gastaram NCr$ 10.573,80.

O primeiro gastou NCr$ 2.985,50. O segundo gastou NCr$ 3.837, 20 e o terceiro gastou NCr$ 1.899, 90. Quanto gastou o quarto?

Resposta: NCr$ 1.851,20.

3) A soma de três números é 3.967. O primeiro e o segundo são respectivamente 1.111 e 2.345. Qual é o terceiro?

Resposta: 511.

4) Um aluno ao escrever as três parcelas de uma soma enganou-se e escreveu a primeira com um êrro de 129 para menos; a segunda com um êrro de 347 para mais e a terceira sem êrro.

Qual foi o êrro total cometido?

Resposta: 218 para mais.

5) Ao fazer uma compra de 3 objetos, separadamente, o trôco foi dado erradamente. No primeiro objeto com

um êrro de NCr$ 5,00 para mais. No segundo objeto com um êrro de NCr$ 2,00 para mais e no terceiro objeto com um êrro de NCr$ 10,00 para menos.

Qual foi o êrro total no trôco?

Resposta: NCr$ 3,00 para menos.

6) A diferença de dois números é de 1.005.304. Houve um êrro de 1.000.000 de unidades para mais no minuendo e no subtraendo um êrro de 5 unidades também para mais.

Qual seria o resultado certo se não houvessem os erros apontados.

Resposta: 5.309.

7) No mesmo problema anterior os erros cometidos foram 1.295 unidades para menos no minuendo e 20.737 unidades também para menos no subtraendo. O resto encontrado foi 980.501. Qual o resto certo.

Resposta: 986.862.

8) Diminuindo 13 do minuendo e aumentando 17 ao subtraendo, que alteração sofre o resto?

Resposta: Fica menor 30.

9) Diminuindo 14 unidades do minuendo e 18 unidades ao subtraendo, que alteração sofre o resto?

Resposta: Fica maior 4 unidades.

10) Que alteração sofre o resto de uma subtração quando aumentamos 21 unidades no minuendo e diminuímos 15 unidades no subtraendo?

Resposta: Aumentado de 36.

11) O minuendo foi aumentado de 1.000 unidades. Que devemos fazer no subtraendo a fim de que o resto fique aumentado apenas de 50 unidades?

Resposta: Aumentou 950 ao subtraendo.

12) O minuendo foi diminuído de 27; que devemos fazer no subtraendo a fim de que o resto fique aumentado de 36?

Resposta: Subtrair 63 ao subtraendo.

13) Quantas unidades ficam somadas ao número 53, quando o multiplicamos por 11?

Resposta: 530.

14) Quantas unidades ficam somadas ao número 127 quando o multiplicamos por 5?

Resposta: 508.

15) Que alteração sofrerá a soma

$$105 + 10 + 25 = 140$$

se multiplicarmos a segunda parcela por 20?

Resposta: 190.

16) Que alteração sofrerá a soma

$$205 + 11 + 27 = 243$$

se multiplicarmos a terceira parcela por 11?

Resposta: 270.

17) Sabendo que $14 \times 29 = 406$ dizer quantas unidades há a mais no produto 14×35, sem efetuá-lo.

Resposta: 84.

18) Sabendo que $130 \times 15 = 1950$, dizer quantas unidades há a mais no produto 130×17.

Resposta: 260.

19) Sabendo que $140 \times 12 = 1.680$, dizer quantas unidades há a menos no produto 140×10, sem efetuá-lo.

Resposta: 280.

20) Sem efetuar a multiplicação 18×12, calcular quantas unidades êsse produto excede 16×10.

Resposta: 56.

21) Sem efetuar a multiplicação 17 × 15 dizer quantas unidades êsse produto excede 15 × 14.

Resposta: 45.

22) Um aluno ao multiplicar um número por 80 multiplicou-o por 8 e esqueceu-se de colocar o zero à direita do produto, cometendo um êrro no resultado de 141.696 para menos. Que número o aluno deveria ter multiplicado por 80?

Resposta: 1.968.

23) Uma pessoa deveria multiplicar um número por 65. Enganou-se e multiplicou-o por 35. O produto encontrado tinha 420 unidades menos do que devia. Determinar êsse número.

Resposta: 14.

24) Se o produto de dois números é 2.041, qual será o produto de um número 3 vêzes maior que o primeiro fator, por outro 4 vêzes maior que o segundo?

Resposta: 24.492.

25) Se o produto de dois números é 2.826, qual será o produto de um número 3 vêzes maior que o primiero por outro 6 vêzes menor que o segundo?

Resposta: 1.413.

26) Um aluno efetuou a multiplicação de 189 × 203 e escreveu o segundo produto parcial sob o primeiro, deslocando-o para a esquerda uma única ordem. Determinar o êrro sem fazer a operação.

Resposta: O êrro foi de 34.020.

27) O menor de dois números é 196. A diferença entre êles é o quádruplo do menor. Calcular o maior.

Resposta: 980.

28) O menor de dois números é 1.968. A diferença entre êles é o triplo do menor. Calcular o maior.

Resposta: 7.872.

29) Joel e Fernando têm quantias iguais. Joel dá a Fernando NCr$ 8,00 e recebe de Fernando NCr$ 18,00. Dizer quem ficou com a maior quantia e quanto mais.

Resposta: Joel ficou com NCr$ 20,00 mais do que Fernando.

30) Duas pessoas têm quantias iguais. Calcular quanto um deve dar ao outro para que êste fique com NCr$ 32,00 mai

Resposta: NCr$ 16,00.

31) Um reservatório contém 5.824 litros dágua. Uma torneira esgota 67 litros por hora. Que quantidade de água haverá no reservatório no fim de 15 horas?

Resposta: 4.819 litros.

32) Um tanque contém 2.520 litros dágua. Tem uma torneira que lhe fornece por hora 1.892 litros e outra que esgota 1.532 litros no mesmo tempo. Quantas horas serão necessárias para o tanque ficar cheio?

Resposta: 7 horas.

33) A soma de dois números inteiros e consecutivos é 7.093. Achá-los.

Resposta: 3.546 e 3.547.

34) A soma de três números inteiros e consecutivos é 2.703. Calcular êsses números.

Resposta: 900; 901 e 902.

35) A soma de 3 números pares consecutivos é 2.706. Achar êsses números.

Resposta: 900; 902 e 904.

36) A soma de três números ímpares consecutivos é 51. Achar os três números.

Resposta: 15, 17 e 19.

37) A soma de 4 números ímpares consecutivos é 35. Achar os quatro números.

Resposta: 3, 5, 7, 9 e 11.

38) A soma de quatro números pares consecutivos é 44. Achar êsses números.

Resposta: 8, 10, 12 e 14.

39) Uma pessoa deve NCr$ 590,00. Se ela tivesse NCr$ 340,00 mais do que tem pagaria à sua dívida e ainda ficaria com NCr$ 64,00. Quanto tem a pessoa?

Resposta: NCr$ 314,00.

40) Um estudante para pagar NCr$ 80,00 que devia, pediu a um de seus colegas NCr$ 35,00 emprestados. Feito o pagamento ainda ficou com NCr$ 6,50. Quanto tinha antes de receber o dinheiro emprestado?

Resposta: NCr$ 51,50.

41) Três estudantes combinaram fazer uma excursão. O primeiro concorreu com NCr$ 3,00, o segundo com NCr$ 5,00 e o terceiro com NCr$ 4,50. Ao regressarem verificaram que as despesas não passaram de NCr$ 8,10. Quanto deverá receber cada um do saldo, uma vez que as despesas foram distribuídas igualmente entre êles?

Resposta: NCr$ 0,30; NCr$ 2,30 e NCr$ 1,80.

42) A soma de dois números é 900 e a diferença entre êles é 300. Quais são os números?

Resposta: 300 e 600.

43) Um rádio e uma televisão custam juntos NCr$ 900,00. Se comprar o rádio ainda me sobrarão NCr$ 120,00, mas para adquirir a televisão precisava ter mais NCr$ 180,00

do que possuo. Quanto custam o rádio, a televisão e quanto possuo?

Resposta: rádio, NCr$ 300,00; televisão, NCr$ 600,00; possuo NCr$ 420,00.

44) Cyro emprestou NCr$ 78,90 a Fernando. Se tivesse emprestado mais NCr$ 20,50 teria ficado com NCr$ 1.008,00. Quanto possuía Cyro?

Resposta: NCr$ 1.107,40.

45) A soma de dois números é 24 e um dêles é o quíntuplo do outro. Achar os dois números.

Resposta: 4 e 20 .

46) A soma de dois números é 72 e um dêles é o triplo do outro. Quais são os dois números?

Resposta: 18 e 54.

47) A diferença de dois números é 60 e o maior é o quíntuplo do menor. Achar os números.

Resposta: 75 e 15.

48) A diferença de dois números é 64 e o quociente do maior pelo menor é 5. Achar os números.

Resposta: 16 e 80.

49) A soma de dois números é 96 e o quociente do maior pelo menor é 5. Achar os números.

Resposta: 16 e 80.

50) A diferença de dois números é 58. O maior é o triplo do menor mais 8. Achar os números.

Resposta: 83 e 25.

51) A diferença de dois números é 82. O maior é o quádruplo do menor menos 11. Quais são os números?

Resposta: 113 e 31.

52) A soma de dois números é 4.370. O menor é a quinta parte do maior mais dois. Achar os números.

Resposta: 728 e 3.642.

53) Um pai tem 5 vêzes a idade de seu filho. A soma de suas idades é 78. Qual a idade de cada um?

Resposta: 13 e 65 anos.

54) Um filho tem 11 anos e seu pai 35. Daqui a quantos anos a idade do pai será o triplo da idade do filho?

Resposta: 1 ano.

55) Tenho 42 anos e meu filho 15 anos. Há quantos anos foi a idade do meu filho a quarta parte da minha?

Resposta: Há 6 anos.

56) Um pai tem o dôbro da idade do filho. Se tivesse 25 anos menos e seu filho 13 anos mais êles teriam a mesma idade. Qual a idade de cada um?

Resposta: 76 e 38 anos.

57) Um pai tem 53 anos e seus quatro filhos 33, 32, 31 e 29. Há quantos anos a idade do pai foi igual à soma das idades dos filhos?

Resposta: Há 24 anos.

58) Um avicultor pretende vender cada frango a NCr$ 2,20. No percurso do aviário para o mercado fugiram 9 frangos. Para não ter prejuízo vendeu cada um dos restantes por NCr$ 2,50. Quantos frangos levou para o mercado e qual a quantia apurada na venda?

Resposta: 75 frangos e NCr$ 165, 00.

59) Um chapeleiro comprou seus chapéus por NCr$ 9, 00 cada um e os revendeu por NCr$ 12, 00. Quantos chapéus vendeu se obteve um lucro de NCr$ 165, 00?

Resposta: 55 chapéus.

60) Um atirador devia receber NCr$ 0,40 por tiro acertado e pagar a metade cada vez que errasse. Depois de 32 tiros recebeu NCr$ 8, 60. Quantos tiros acertou?

Resposta: 25 tiros.

61) As idades de duas pessoas somam 120 anos. Subtraindo-se 10 anos da idade da mais velha e acrescentando-os à da mais môça as idades tornam-se iguais. Qual a idade de cada uma?

Resposta: 70 e 50 anos.

62) Um fazendeiro ofereceu como pagamento de dívidas um cavalo ou um boi, que valiam juntos NCr$ 480, 00. Se o credor aceitasse o cavalo o fazendeiro ainda ficaria devendo NCr$ 50,00, mas se preferisse o boi teria que devolver NCr$ 30,00. Pergunta-se: qual o valor do cavalo e do boi, respectivamente, e qual a dívida do fazendeiro?

Resposta: cavalo ...... NCr$ 200,00
boi .... NCr$ 280,00
dívida ...... NCr$ 250,00.

63) Multiplicando-se um número por 7 fica aumentado de 378. Qual é êsse número?

Resposta: 63.

64) Multiplicando-se um número por 17 êle fica aumentado de 1.024. Qual é êsse número?

Resposta: 64.

65) Dividir NCr$ 3.500,00 entre duas pessoas de modo que uma receba o sextuplo da outra.

Resposta: NCr$ 500,00 e NCr$ 3.000,00.

66) Dividir NCr$ 6.000, 00 entre duas pessoas, de modo que uma tenha NCr$ 1.200,00 mais do que a outra.

Resposta: NCr$ 2.400,00 e NCr$ 3.600,00.

67) A soma de dois números é 747 e a divisão de um pelo outro dá 13 para quociente e 12 para resto. Quais são êsses números?

Resposta: 33 e 441.

68) A soma de dois números é 1.552 e a divisão de um pelo outro dá 102 para quociente e 7 para resto. Quais são êsses números?

Resposta: 1.537 e 15.

69) Assistindo a um jôgo de futebol haviam 5.300 pessoas e a renda foi de NCr$ 45.000,00. Considerando que o preço das cadeiras é de NCr$ 10,00 e das gerasi NCr$ 5,00, pergunta-se: quantas pessoas assistiram o jôgo de cadeiras e quantas foram para as gerais.

Resposta: 3.700 em cadeiras e 1.600 nas gerais.

70) A soma de três números que figuram em uma subtração é 283.492. O minuendo excede o resto de 10.521 unidades. Determinar êsses números.

Resposta:	Minuendo	141.746
	Subtraendo ...	10.521
	Resto	131.225.

71) A soma de três números que figuram numa subtração é 7.090. O minuendo excede o resto de 129 unidades. Determinar êsses números.

Resposta:	Minuendo	3.545
	Subtraendo ...	129
	Resto	3.416

72) Numa divisão o dividendo é 189.514; o quociente é 546 e o resto 81. Qual é o divisor?

Resposta: 347.

73) Numa divisão o dividendo é 1.527; o resto é 3 e o quociente 127. Calcule o divisor.

Resposta: 12.

74) Numa divisão o resto é 3; o quociente 127 e o divisor 12. Calcule o dividendo.

Resposta: 1.527.

75) Numa divisão o resto é 81 e o quociente 546. A diferença entre o dividendo e o divisor é 189.196. Calcule o dividendo e o divisor.

Resposta:	dividendo	189.543
	divisor	347

76) Numa divisão o resto é 3 e o quociente 127. A diferença entre o dividendo e o divisor é 1.515. Calcule o dividendo e o divisor.

Resposta:	dividendo:	1.527
	divisor	12

77) Numa divisão o dividendo é 75; o divisor 19 e o resto o maior possível. Ache o quociente.

Resposta: 3

78) Em uma divisão de números inteiros o dividendo é 184; o resto 14 e o quociente é um número de dois algarismos. Calcule o divisor.

Resposta: 17.

79) Tem-se um produto de três fatôres. Com a multiplicação do primeiro por 4; do segundo por 5 e dividindo o terceiro por 2, o produto fica aumentado de 14.580 unidades. Qual é o produto?

Resposta: 1.620.

80) Tem-se um produto de três fatôres. Com a multiplicação do primeiro por 2; do terceiro por 5 e dividindo o segundo por 2, o produto fica aumentado de 4.860 unidades. Qual é o produto?

Resposta: 1.620.

81) Numa divisão o dividendo é 1.317 e o divisor 121. Escreva:

a) o maior número que se pode acrescentar ao dividendo sem alterar o quociente;
b) o menor número que se deve acrescentar ao dividendo para que a divisão seja exata;
c) o menor número que se pode acrescentar ao dividendo sem alterar o resto.

Resposta: a) 13; 14 e 121.

82) Mesmo exercício para dividendo 21.975 e divisor 215.

Resposta: a) 169; 170 e 215.

83) Numa divisão o resto é 214; o quociente é o dôbro do divisor, que é o menor possível. Qual é o dividendo?

Resposta: 92.664.

84) Mesmo problema para: resto 32.

Resposta: 2.210.

85) Um tio deixou metade de sua fortuna para 3 sobrinhos e a outra metade para 2 sobrinhas. Qual será a importância que caberá a cada pessoa, sabendo-se que a fortuna do tio é de NCr$ 231,60.

Resposta: Sobrinho: NCr$ 38,60
Sobrinha: NCr$ 57,90.

86) Uma escola tem 400 alunos entre meninos e meninas; os meninos pagam NCr$ 10,00 por mês e as meninas NCr$ 5,00. A renda mensal é de NCr$ 3.500,00. Quantas meninas e quantos meninos tem a escola?

Resposta: 300 meninas e
100 meninos

87) Comprei 4 maçãs e 16 peras por NCr$ 52,00. Por 3 maçãs e 17 peras teria pago NCr$ 49,00. Calcular o preço de cada maçã e de cada pêra.

Resposta: NCr$ 2,00 e NCr$ 5,00.

88) No meu caderno de desenho geométrico, desenhei triângulos e quadrados, ao todo 35. Contando-se os seus lados encontraremos 125. Quantos são os triângulos e os quadrados?

Resposta: 15 triângulos e 20 quadrados.

89) Duas peças de fazenda são da mesma qualidade e da mesma largura. Uma tem mais 33 m que a outra e custou NCr$ 102,00. A outra custou NCr$ 62,40. Dê o comprimento de cada peça.

Resposta: 85 m e 52 m. *Colégio Pedro II — 1968*

90) Escreva o número que dividido por 41 tem para quociente 9 e o resto 5.

Resposta: 374. *Ginasial — 1968*

91) Paguei com uma nota de NCr$ 5,00 dois quilogramas de feijão que custa NCr$ 0,80 o quilograma. Quanto receberei de trôco?

Resposta: NCr$ 3,40. *Ginasial — 1968*

92) Quantos centavos existem na têrça parte de NCr$ 0,90?

Resposta: 30 centavos. *Ginasial — 1968*

93) A soma de quatro números pares consecutivos é 252. Escreva o maior dêles.

Resposta: 66. *C. Pedro II — 1968*

94) O quociente de uma divisão exata é 48. Dividindo-se o divisor por 3 quanto fica sendo o quociente?

Resposta: 144. *C. Pedro II — 1968*

95) Carolina pagou por 4 maçãs NCr$ 1, 20; sabendo-se que 11 maçãs pesam 2kg, calcule o preço de 1kg de maçã.

Resposta: NCr$ 1,65.

Ginásio I. E. e C. Dutra — 1968

96) Um fazendeiro vendeu 6 cavalos a NCr5 80,00 cada e alguns bois a NCr$ 50,00 cada Com a importância obtida comprou uma casa por NCr$ 600,00 e ainda lhe sobrou NCr5 280,00. Quantos bois vendeu o fezendeiro?

Resposta: 8 bois. *Liceu Nilo Peçanha 1968*

POTÊNCIA

Chama-se *potência* de um número, o produto dêsse número por si mesmo, um certo número de vêzes.

O produto de um número por si mesmo, duas **vêzes** é a segunda potência do número, comumente chamada *quadrado*, por analogia à área do quadrado.

Assim quando tivermos, por exemplo

3^2; 5^2; 6^2, diremos:

três elevado ao quadrado; cinco elevado ao quadrado; seis elevado ao quadrado, cujos valôres são:

$3^2 = 3 \times 3 = 9$; $5^2 = 5 \times 5 = 25$; $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

O produto de um número por si mesmo três vezes é a terceira potência do número, comumente chamada *cubo*, por analogia ao volume do cubo.

Assim, quando tivermos:

3^3; 5^3 e 6^3, diremos

três elevado ao cubo; cinco elevado ao cubo; seis elevado ao cubo, cujos valôres são

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$; $5^3 = 5 \div 5 + 5 = 125$ e $6^3 =$
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ e $6^3 =$

Assim como existem as segunda e terceira potências (quadrado e cubo) de um número, também existem a quarta; a quinta; a sexta, etc. potências do mesmo número,

mas não têm nomes especiais e são designadas pelos ordinais; assim:

3^4, 5^4 e 6^4 são as quartas potências de 3, 5 e 6.

Nos exemplos apresentados dos quadrados, cubos e quartas potências de 3, 5 e 6, êsses números são as *bases* da segunda, terceira e quarta potências.

Os números 2, 3 e 4 escritos em tamanho menor, acima e à direita das bases são os *expoentes* das potências de 3, 5 e 6 e representam o número de vêzes que suas bases figuram como fatôres. Convencionalmente a *primeira* potência de qualquer número não se escreve, pois é o próprio número. Seu expoente designativo seria a unidade, que não se escreve, mas que se considera igual a 1, como iremos ver.

Por isso não escreveremos

3^1, 5^1 e 6^1

para indicar a primeira potência de 3, 5 e 6, mas ao depararmos com os números 3, 5 e 6, por exemplo, devemos considerá-los como estando elevados ao expoente 1.

Daremos a seguir os quadrados e os cubos dos números inteiros de 1 até 12, que devem ser memorisados pelo alunos.

Quadrados de 1 a 12

N.°s. 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10 — 11 — 12.

1 — 4 — 9 — 16 — 25 — 36 — 49 — 64 — 81 — 100 — 121 — 144.

Vemos pois que não existe nenhum quadrado terminado em 2, 3, 7, 8 e número ímpar de zeros.

Cubos de 1 a 12

N.°s. 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10 — 11 — 12.

1 — 8 — 27 — 64 — 125 — 216 — 343 — 512 — 729 — 1.000 — 1.331 — 1.728.

Do mesmo modo, constatamos que os cubos podem terminar por qualquer dos algarismos, mas só não pode ser cubo se o número de zeros não fôr múltiplo de 3

Quando as *bases* de várias potências são *diferentes* mas os *expoentes* são iguais, diz-se que as potências são *semelhantes*.

No caso porém de se ter

5^3, 7^3 e 11^3

são *potências semelhantes*. As bases 5, 7 e 11 são diferentes mas seus expoentes são iguais.

2^3, 2 e 2^2

teremos o que se chama: *potências da mesma base*.

O produto de várias potências da mesma base é igual à base elevada a um expoente igual à soma dos expoentes das diversas potências que figuram como fatôres.

Assim:

$$3^2 \times 3 \times 3^3 = 3^{2+1+3} = 3^6$$

O quociente de potências da mesma base é igual à base elevada a um expoente igual à diferença entre o expoente da potência do dividendo, menos o expoente da potência divisor.

Assim:

$$12^5 \div 12^3 = 12^{5-3} = 12^2$$

Quando temos uma potência elevada a uma potência, teremos o que se chama *potência* de *potência*.

Assim:

$(2^3)^2$ e teremos uma potência de uma quantidade, que por sua vez é uma potência.

É pois a *potência* de *uma potência*. De acôrdo com a definição da potência podemos escrever

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

e teremos então o produto de duas potências da mesma base cujo resultado será, como vimos:

$$2^{3+3}, \text{ isto é } 2^6.$$

Verificamos então que tal resultado poderia ser obtido, conservando-se a base 2 da potência e elevando-a a um expoente igual ao produto dos expoentes isto é, $3 \times 2 = 6$.

Isto posto, e para corroborar o que foi dito, consideremos o exemplo seguinte:

$$\left[(3^2)^3\right]^4$$

cujo resultado será:

$$3^{2 \times 3 \times 4} = 3^{24}$$

Embora sendo assunto de nível superior ao dêste livro, convém deixar dito o seguinte: Não existem restrições quanto à natureza das *bases* e *expoentes* das potências. Elas podem ser inteiras, fracionárias, decimais, positivas ou negativas.

Convém assinalar também que *qualquer quantidade* elevada ao expoente *zero* é igual à unidade. Assim:

$$4^0 = 1; \ 12^0 = 1.$$

O expoente zero aparece quando temos duas potências da mesma base e expoente, para dividir. Assim, de acôrdo com a regra dada para dividir potências da mesma bas,e se tivermos, por exemplo:

$$13^5 \div 13^5$$

o resultado será:

$$13^{5-5} = 13^0 = 1.$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Classificar as seguintes potências:

$$2^4, \ 7^4 \text{ e } 11^4.$$

Considerando que suas bases são diferentes mas seus expoentes iguais, trata-se de: *potências semelhantes*.

2) Efetuar o produto das potências semelhantes:

$$P = 2^2 \times 3^2 \times 5^2.$$

Podemos escrever:

$$P = (2 \times 3 \times 5)^2 \text{ ou}$$
$$P = 30^2 = 900.$$

3) Efetuar o produto:

$$P = 2^2 \times 2^3 \times 2 \times 3^2 \times 3 \times 5.$$

Depois do que foi dito sôbre produto de potências da mesma base podemos escrever:

$$P = 2^{2+3+1} \times 3^{2+1} \times 5 \text{ ou}$$
$$P = 2^6 \times 3^3 \times 5 = 64 \times 27 \times 5 = 8.640.$$

4) Achar o quociente de:

$$(2^{16} \times 3^{15} \times 5^{14}) \div (2^4 \times 3^3 \times 5^2)$$

Como vemos o dividendo e o divisor contêm potências da mesma base. Dividindo-as respectivamente teremos:

$$2^{16} \div 2^4 = 2^{16-4} = 2^{12} \quad a$$
$$3^{15} \div 3^3 = 3^{15-3} = 3^{12} \quad b$$
$$5^{14} \div 5^2 = 5^{14-2} = 5^{12} \quad c$$

Os resultados obtidos em a, b e c depois de multiplicados dão o quociente procurado, que são:

$2^{12} \times 3^{12} \times 5^{12}$ ou, por se tratar de potências semelhantes

$$(2 \times 3 \times 5)^{12} = 30^{12}$$

5) Achar o valor de

$$(2^3 \times 3^2 \times 5)^2$$

Trata-se de uma potência de várias potências e então, depois do que foi dito, escreveremos:

$$2^{3 \times 2} \times 3^{2 \times 2} \times 5^{1 \times 2} \text{ ou}$$
$$2^6 \times 3^4 \times 5^2 = 129.600.$$

6) Simplificar a expressão:

$$\frac{(2^3 \times 3^4 \times 5)^3 \times (2 \times 3^2 \times 5^4)^4}{(2^2 \times 3 \times 5^2)^2}$$

Podemos escrever:

$$\frac{(2^9 \times 3^{12} \times 5^3) \times (2^4 \times 3^8 \times 5^{16})}{2^4 \times 3^2 \times 5^4} \text{ ou}$$

$$\frac{2^{9+4} \times 3^{12+8} \times 5^{3+16}}{2^4 \times 3^2 \times 5^4}$$

$$\frac{2^{13} \times 3^{20} \times 5^{19}}{2^4 \times 3^2 \times 5^4}$$

Dividindo-se as potências da mesma base do produto sôbre o traço pelas suas correspondentes sob o traço, vem:

$$2^{13} \div 2^4 = 2^{13-4} = 2^9 \quad (a)$$
$$3^{20} \div 3^2 = 3^{20-2} = 3^{18} \quad (b)$$
$$5^{19} \div 5^4 = 5^{19-4} = 5^{15} \quad (c)$$

Multiplicando-se os resultados obtidos em (a), (b) e (c), vem como resultado:

$$2^9 \times 3^{18} \times 5^{15}.$$

7) Dividir: $1937^6 \div 1937^6$.

Para dividir potências da mesma base, conservamos a base e subtraímos os expoentes. Então:

$$1937^6 \div 1937^6 = 1937^{6-6} \; 1937^0 = 1.$$

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Classificar as seguintes potências:

a) 7^{15} 10^{15} 29^{15}
b) 2^5 2^7 2^{18}
c) $(2^3)^2$ $(3^5)^3$ $(7^2)^5$

Resposta: a) Potências semelhantes
b) Potências da mesma base
c) Potências de potências.

2) Efetuar os produtos:

a) $4^3 \times 6^3 \times 7^3$
b) $2^3 \times 3^2 \times 5^4$
c) $(3^2)^3 \times (5^3)^2 \times (7^2)^2$

Resposta: a) 168^3
b) $8 \times 9 \times 625$
c) $3^6 \times 5^6 \times 7^4$ ou $15^6 \times 7^4$.

3) Efetue o produto:

$$(2^2 \times 3^5 \times 7^2) \times (2^4 \times 3^1 \times 5^7) \times (2 \times 3^5 \times 11^2).$$

Resposta: $2^7 \times 3^{11} \times 5^7 \times 7^2 \times 11^2$.

4) Achar o quociente de:

$$(11^9 \times 13^4 \times 5^2) \div (5^2 \times 13^{11} \times 11^7).$$

Resposta: $13^3 \times 11^2$.

5) Achar o valor de:

$$(3^4 \times 5^8 \times 11^3)^5$$

Resposta: $3^{20} \times 5^{40} \times 11^{15}$.

6) Simplificar a expressão:

$$\frac{2 \times 3^3 \times 5 \times (3^2 \times 5)^3 \times 37^2}{3^3 \times 5}$$

Resposta: $2 \times 3^6 \times 5^3 \times 37^2$

7) Calcule as expressões:

a) $2^3 + 5^5 + 8^3$.
b) $18^4 - 6^2$.
c) $12^3 - 11^2$.

Resposta: a) 13.197
b) 104.976
c) 1.607

8) Numa divisão inexata, o resto maior possível é o resultado de: $7 \times 12 - 2^4$. A diferença entre o divisor e o quociente é 5^2. Determinar o dividendo.

Resposta: 3.104. *Colégio Militar — 1968*

DIVISIBILIDADE

Diz-se que um número é divisor de outro, quando o divide exatamente.

O número que divide, chama-se *divisor*, *submúltiplo* ou *fator* do dividendo.

Tratando-se de quantidades concretas podemos dizer *parte aliquota* em vez de divisor.

O número que é divisível chama-se *múltiplo* do divisor.

Podemos então dizer que: *Múltiplo* de um número é o produto dêsse número por um número inteiro qualquer.

Existem regras que permitem saber ràpidamente, se um número é divisível ou não por outro e no caso de não ser, qual o resto a encontrar.

Essas regras, vantajosas apenas para certos divisores, constituem o que se chama *Caracteres de Divisibilidade*, que passamos a enunciar.

Divisibilidade por 2

Para um número ser *divisível por 2* é necessário e suficiente que o seu algarismo das unidades seja: 0, 2, 4, 6 ou 8, isto é, par.

Se tal não acontecer o número não será divisível por 2 e o resto de sua divisão por 2 será o mesmo que se obtiver dividindo-se o algarismo das unidades do número por 2.

Assim, no caso do número 1967, concluimos: não é divisível por 2 porque o seu algarismo das unidades (7) não é par. Não sendo divisível deixa resto que é o da divisão de 7 por 2, isto é, 1.

Convém lembrar que o resto de uma divisão, quando é muito grande (maior resto possível) é igual ao divisor menos um. Então se o número considerado não fôr divisível por 2 deixará sempre resto um, isto é: 2 — 1 = 1 (divisor menos um).

Divisibilidade por 3

Para um número ser divisível por 3 é preciso que a soma dos valôres absolutos de seus algarismos seja múltiplo (divisível) de 3. O resto da divisão de um número por 3 é o mesmo que o da divisão da soma dos valôres absolutos de seus algarismos, dividida por 3.

Entende-se por valor absoluto dos algarismos que constituem um número, os valôres que êles (algarismos) têm, independente da posição que ocupam no número considerado.

Assim em 1967 os algarismos 1, 9, 6 e 7 têm para valôres absolutos 1, 9, 6 e 7.

Então 1967 só será divisível por 3 se: 1 + 9 + 6 + 7 fôsse igual a um múltiplo de 3.

Como não é, pois sua soma é 23, o número 1967 não é divisível por 3 e o resto de sua divisão pelo divisor 3 é 2. (23 ÷ 3).

Divisibilidade por 4

Para um número ser divisível por 4 é preciso que o número formado pelos dois últimos algarismos da direita do número, seja divisível por 4. Se tal não acontecer o número não será divisível por 4 e o resto de sua divisão pelo divisor 4, será o do número formado pelos dois últimos algarismos (da direita) do número por 4.

Assim o número 1967 não é divisível por 4, porque 67 (número formado pelos dois últimos algarismos da direita de 1967), não o é. Seu resto será o da divisão de 67 por 4, isto é, 3.

Divisibilidade por 5

Para um número ser divisível por 5 é necessário que seu algarismo das unidades seja zero ou cinco. Caso contrário não será divisível e deixará para resto, quando dividido por 5, o mesmo que o algarismo das unidades do número deixar. Assim, 1967 não é divisível por 5, porque termina em 7. O resto será aquêle da divisão de 7 (algarismo das unidades do número) por 5, isto é, 2.

Se o número fôsse 13.824 também não seria divisível por 5 e seu resto seria 4.

Divisibilidade por 6

Para um número ser divisível por 6 é preciso que o seja por 2 e 3. Assim 1962 é divisível por 6 porque é divisível por 2 (porque é par) e por 3 porque (1 + 9 + 6 + 2 = 18) é múltiplo de 3.

Por outro lado o número 1562 não é divisível por 6, porque embora sendo divisível por 2, não o é por 3.

Divisibilidade por 8

Para um número ser divisível por 8 é preciso que os seus três últimos algarismos da direita, formem um número divisível por 8. Se tal não acontecer, o número não será divisível por 8, e o resto de sua divisão por 8 será o mesmo que o do número assim formado, dividido por 8.

Por exemplo. O número 21.967 não é divisível por 8 porque 967 (número formado pelos três últimos algarismos da direita do número 21.967) não o é. Seu resto por 8 será o resto da divisão de 967 por 8, isto é, 7.

Divisibilidade por 9

Para um número ser divisível por 9, é preciso que a soma dos valôres absolutos de seus algarismos seja um múltiplo de 9. Então, o número 1967, cuja soma dos valô-

res absolutos de seus alarismos é $1 + 9 + 6 + 7 = 23$, não é divisível por 9, porque não é múltiplo de 9. O resto da divisão de 1967 por 9 é o mesmo que o de 23 por 9, ou seja, 5.

Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10; 10^2; 10^3, ... 10^n, quando termina em 1, 2, 3... ^{n} zeros. O resto da divisão de um número por 10; 100; 1.000 ... 10^n é o número formado pelo último dois últimos; três últimos; *n* últimos algarismos da direita do número.

Assim o resto de 21 por 10 é 1; o de 245 por 100 é 45; o de 1.967 por 1.000 é 967, etc.

Divisibilidade por 11

Um número é divisível por 11 quando, a partir da direita a diferença entre a soma dos algarismos de *ordem* ímpar e a soma dos algarismos de *ordem* par, dá zero, onze ou múltiplo de 11.

O resto da divisão de um número por 11 é o mesmo que o da divisão do número que se obtém subtraindo-se a soma dos algarismos de ordem par, a partir da direita, da soma dos algarismos de ordem ímpar, aumentados de um múltiplo de 11 tal que permita a subtração.

Assim para o número 1967

```
  I   I
1 9 6 7
P   P
```

$7 + 9 = 16$ (soma dos algarismos de ordem iímpar — 1.º e 3.º).

$.6 + 1 = 7$ (soma dos algarismos de ordem par — 2.º e 4.º).

$16 - 7 = 9$ $9 \div 11$ — resto 9.

O número 1967 não é divisível por 11 e seu resto por aquêle divisor é 9.

Se o número fôr 27.691:

```
I   I   I
2 7 6 9 1
  P   P
```

$1 + 6 + 2 = 9$ (soma dos algarismos de ordem ímpar — 1.º — 3.º — 5.º).

$9 + 7 = 16$ (soma dos algarismos de ordem par 2.º e 4.º).

Não sendo possível de 9 subtrair 16, somamos a 9 um múltiplo de 11 que permita a subtração.

Então:

$9 + 11 = 20$ (soma dos algarismos de ordem ímpar acrescida do múltiplo de 11 necessário à subtração).

Então:

$20 - 16 = 4$. $4 \div 11$ — resto 4.

Concluímos: o número 27.691 não é divisível por 11 e quando dividido deixa resto 4.

Teorema

Se dividirmos uma soma e cada uma das parcelas pelo mesmo número, a soma dará o mesmo resto que a soma dos restos das parcelas. Seja achar o resto por 4 da seguinte soma:

$$123 + 215 + 389 = 727$$

Achando os restos das parcelas e da soma, por 4 encontraremos:

Resto de 123 por 4 — 3
Resto de 215 por 4 — 3
Resto de 389 por 4 — 1
Resto de 727 por 4 — 3

} Soma dos restos $3 + 3 + 1 = 7$

Resto da soma dos restos 7 por 4 — 3 } Iguais como diz o teorema

Podemos então achar o resto de uma soma de várias parcelas, por um determinado número, sem efetuá-la.

Se dividirmos o produto de vários fatôres e cada um dêles pelo mesmo número, o produto dará o mesmo resto que o resto do produto dos restos dos fatôres.

Seja achar o resto por 9 do produto seguinte:

$16 \times 15 \times 13 = 3.120$

Achando-se o resto dos fatôres e do produto por 9, encontraremos:

Resto de 16 por 9 — 7
Resto de 15 por 9 — 6
Resto de 13 por 9 — 4 } Produto dos $7 \times 6 \times 4 = 168$.

Resto de 3.120 por 9 — 6
Resto do produto dos restos por 9 — 6 } Iguais como diz o teorema

Como no caso da soma, é possível calcular o resto de um produto, por um determinado número sem efetuar o produto indicado.

Costuma-se dispor os cálculos acima explicados da maneira que se segue.

Para a soma:

$123 + 215 + 389 = S$

↓ ↓ ↓

$3 + 3 + 1$ (restos das parcelas)

7 (soma dos restos das parcelas

3 (resto da soma dos restos das parcelas por 4)

Para o produto:

$16 \times 15 \times 13 = P$

↓ ↓ ↓

$7 \times 6 \times 4$ Restos dos fatôres)

↓

168 — Produto dos restos dos fatôres.

6 — Resto do produto dos restos dos fatôres, por 9.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Determinar os restos das divisões por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 e 11 do número 235.898.

Por 2 — (8 ÷ 2) — resto zero.

Por 3 — (2 + 3 + 5 + 8 + 9 + 8) ÷ 3 = 35 ÷ 3 — resto 2.

Por 4 — (98 ÷ 4) — resto 2.

Por 5 — (8 ÷ 5) — resto 3.

Por 8 — 898 ÷ 8) — resto 2.

Por 9 — (2 + 3 + 5 + 8 + 9 + 8) ÷ 9 = 35 ÷ 9 — resto 8.

Por 11 — (8 + 8 + 3) — (9 + 5 + 2) = 19 — 16 = 3; 3 ÷ 11 — resto 3.

2) Determinar o valor de a para que o número 3.0a5 seja múltiplo de 3 e 9.

A regra de divisibilidade por 3 diz que é preciso que $3 + 0 + a + 5$ seja múltiplo de 3, isto é, divisível por 3.

Então:

$3 + 0 + a + 5 = 8 + a$ para ser múltiplo de 3 é preciso que tenhamos:

$8 + a = 9$ e $a = 1$
$8 + a = 12$ e $a = 4$
$8 + a = 15$ e $a = 7$

Como a representa *um algarismo*, no máximo poderia ser 9, mas no problema não pode ser maior do que 7.

A regra de divisibilidade por 9, diz que é preciso que:

$3 + 0 + a + 5$ seja múltiplo de 9, para ser divisível por 9.

Então:

$3 + 0 + a + 5 = 8 + a$ para ser múltiplo de 9 é preciso que:

$$8 + a = 9 \text{ e } a = 1.$$

Pelos motivos expostos para o caso do divisor 3, o a não pode ter outro valor que não seja 1.

Então, comparando os valôres achados para que o número seja divisível por 3, bem como os que o tornam divisível por 9, concluímos que: $a = 1$.

3) Achar os valôres de a e b para que o número 8 a 5 b seja divisível por 2, 3 e 9.

Para o número ser divisível por 2 é preciso ser par. Então, de início, substituindo b pelos seus possíveis valôres, vem:

Grupo I	8	a	50	1.º
	8	a	52	2.º
	8	a	54	3.º
	8	a	56	4.º
	8	a	58	5.º

Qualquer dêles, independentemente do valor de a é divisível por 2.

Considerando que todo número divisível por 9 é também por 3, calculemos os valôres de a, que tornam o grupo I divisível por 9.

Teremos:

1.º — $8 + a + 5 + 0 = 13 + a$, que precisa ser múltiplo de 9, isto é, 18, 27, 36, etc.

Então $a = 5$.

2.º — $8 + a + 5 + 2 = 15 + a$, e pelas razões expostas acima: $a = 3$.

3.º — $8 + a + 5 + 4 = 17 + a$ e pelo mesmo motivo $a = 1$.

4.º — $8 + a + 5 + 6 = 19 + a$ e $a = 8$.

5.º — $8 + a + 5 + 8 = 21 + a$ e $a = 6$.

Os valôres de a e b são pois:

$a = 5$ e $b = 0$
$a = 3$ e $b = 2$
$a = 1$ e $b = 4$
$a = 8$ e $b = 6$
$a = 6$ e $b = 8$

4) Determinar um número de dois algarismos que divididos por 7 dão resto 4 e dividido por 5 dá resto 3.

Os números de dois algarismos que divididos por 7 dão resto 4 são os múltiplos de 7 que somados a 4 não formam números de três algarismos e que são:

7 + 4 = 11	28 + 4 = 32	49 + 4 = 53	70 + 4 = 74
14 + 4 = 18	35 + 4 = 39	56 + 4 = 60	77 + 4 = 81
21 + 4 = 25	42 + 4 = 46	63 + 4 = 67	84 + 4 = 88
			91 + 4 = 95

Todos êsses números divididos por 7 dão resto 4.

Trata-se portanto de identificar entre êles, os que divididos por 5 deixam o resto pedido 3. Com o auxílio da regra de divisibilidade por 5, verifica-se serem apenas os números 18, 53 e 88.

5) Determinar os números de 3 algarismos que sejam divisíveis por 3 e 4 e nos quais o algarismo das dezenas seja zero.

Inicialmente podemos representar o número do seguinte modo:

$$a \; o \; b$$

Para ser divisível por 4, é necessário que os dois últimos algarismos formem um número divisível por 4.

Então b só poderá ser 0, 4 e 8 e o número tomará o aspecto:

1.º a 0 0
2.º a 0 4
3.º a 0 8

A determinação do valor de a em cada caso, completará a resposta pedida:

No 1.º caso: $a = 3$; $a = 6$; $a = 9$
No 2.º caso: $a = 2$; $a = 5$; $a = 8$
No 3.º caso: $a = 1$; $a = 4$; $a = 7$

6) Calcular o menor número que se deve tirar de 1967 para se obter um múltiplo de 8.

Já vimos que 1967 não é divisível por 8, porque os três últimos algarismos da direita formam o número 967, que não é divisível por 8 e deixa para resto 7. Então o menor número a tirar é 7.

7) Qual o menor número que se deve somar a 1.520, para torná-lo múltiplo de 11.

O número 1.520 não é divisível por 11 e deixa o resto 2 achado como já mostramos, isto é:

$$(0 + 5) - (2 + 1) = 5 - 3 = 2$$
$$2 \div 11 \text{ — resto } 2.$$

Precisamos então somar ao resto (2) o menor número capaz de torná-lo múltiplo de 11, para o que é preciso somar 9.

8) Colocar um algarismo entre os algarismos 3 e 5 do número 235 para torná-lo em múltiplo de 9.

O problema se transforma em: dado o número 23 a 5, determinar o valor de a para que êle seja divisível por 9.

Então:

$$2 + 3 + a + 5 = 10 + a$$

deve ser múltiplo de 9. Como a representa um algarismo, é fácil verificar que seu valor é 8.

9) Dado o número 5 a 8, determinar a para que o número formado seja divisível por 4 e 11.

Para um número ser divisível por 4 é preciso que os seus dois últimos algarismos da direita formem um múltiplo de 4.

No caso em questão a poderá ser 0, 2, 4, 6 e 8.

Teremos então:

1.º — 508
2.º — 528
3.º — 548
4.º — 568
5.º — 588

Dêsses cinco números o que fôr divisível por 11, responderá a questão.

A regra de divisibilidade por 11 mostra que apenas o segundo, 528 satisfaz ao problema.

10 Determinar o menor número que se deve somar a 1967 para se obter um múltiplo de 5 e 7.

Para um número ser divisível por 5 e 7 é preciso ser múltiplo de 5 e 7 ao mesmo tempo ou de $5 \times 7 = 35$ (semelhante ao caso da divisibilidade por 6). Basta então dividir 1967 por 35, para, em face do resto encontrado, verificar quanto devemos somar para torná-lo divisível por 5 e 7, isto é, por 35. O resto sendo 7, como é fácil de verificar, torna-se necessário somar 28 ao número 1967.

11) Calcular o resto da divisão por 3, da soma:

$$2.347 + 1.967 + 1.853.007$$

sem efetuá-la.

Podemos escrever:

	2.347	+	1.967	+	1.853.007
	↓		↓		↓
Resto por 3	1	+	2	+	0
Soma dos restos			3		
			↓		
Resto par 3 da soma			0		

12) Calcular o resto por 5 do produto:

$$2.347 \times 1.967 \times 1.853.007$$

sem efetuá-lo.

Podemos escrever:

	2.347	×	1.967	×	1.853.007
	↓		↓		↓
Resto por 5	2	×	2	×	2
Produto dos restos			8		
			↓		
Resto do produto por 5			3		

13) Achar o resto por 11 da seguinte expressão, sem efetuar as operações:

$$3.789 + 25.484 + 27.817^2 + 48.298^3$$

Podemos escrever:

$$3.789 + 25.484 + 27.817 \times 27.817 + 48.298 \times 48.298 \times 48.298$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{5 + 8}_{13} + \underbrace{9 \times 9}_{81} + \underbrace{8 \times 8 \times 8}_{512}$$

$$\downarrow$$

$$2 + 4 + 6 = 12$$

Resto 1

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Achar os restos das divisões por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 e 11 do número 184.327.

Resposta: 1; 1; 3; 2; 7; 7; 7; 0.

2) Determinar o valor de a para que o número 7 a 6 seja divisível por 4 e 9.

Resposta: $a = 5$.

3) Dado o número 28 a 6, determinar o valor de a, de modo a formar um número divisível por 3 e 8.

Resposta: $a = 5$.

4) O número 5 a 28 b será ao mesmo tempo divisível por 2, 3, 5 e 9 se colocarmos que algarismos nos lugares de a e b?

Resposta: 980 e 3. *I. E. C. Dutra — 1968*

5) O maior número formado de três algarismos diferentes que é divisível por 5 é?

Resposta: 985. *Ginásio Nilo Peçanha* — 1968

6) Escreva um número de 4 algarismos diferentes, que seja divisível ao mesmo tempo por 2, 3, 4 e 5.

Resposta: 1.320. *Ginásio Nilo Peçanha — 1967*

7) O número 4 a, 8 b, 6 c é múltiplo ao mesmo tempo de 2, 3, 5, 9 e 10. O algarismo que ocupa a 3.ª ordem é a metade do da 5.ª ordem. Quais são os valôres de a, b e c?

Resposta: $a = 6$; $b = 3$ e $c = 0$.

C. Militar — 1968

8) Dado o número 18 a 4, determinar o valor de a para que o número formado seja divisível por 3 e 8.

Resposta: 2.

9) Qual o algarismo que se deve escrever no lugar da letra a para que o número $356a4$ seja simultâneamente divisível por 4 e 9?

Resposta: zero.

10) Dado o número 3 a 7 b, substituir a e b por algarismos, de modo a se obter um número divisível por 2, 3, 5, 9 e 10.

Resposta: $a = 8$ e $b = 0$.

11) Substituir a letra b de modo que fique sendo um número divisível por 5 e 11, 374 b.

Resposta: $b = 0$.

12) Determinar um número de três algarismos, menor que 150, que dividido por 11 dá resto 6 e dividido por 9 dá resto 8.

Resposta: 116.

13) Determinar os números de 3 algarismos que sejam divisíveis por 5 e 9 e nos quais o algarismo das dezenas seja 3.

Resposta: 135 e 630.

14) Calcular o menor número que se deve tirar de 2·725 para torná-lo um múltiplo de 11.

Resposta: 8.

15) Qual o menor número que se deve subtrair de 31·415 para que o resultado obtido seja múltiplo de 9?

Resposta: 5. *C. Militar — 1968*

16) Colocando-se um algarismo entre os algarismos 8 e 6 do número 286, forma-se um número de 4 algarismos divisível por 3 e 8. Dizer qual é o algarismo.

Resposta: 5.

17) Dentre os números 26, 30, 35 e 44 um dêles é divisível ao mesmo tempo por 2 e 5. Qual é êsse número?

Resposta: 30. *Ginasial — 1968*

18) Determinar o menor número que se deve somar a 3·528 para se obter um múltiplo de 3 e 5.

Resposta: 12.

19) Calcular o resto da divisão de:

$$38.421 + 89.754 + 3.521.471$$

por 4 e 5 sem efetuar a soma indicada.

Resposta: 2 e 1.

20) Calcular, sem efetuar o produto indicado os restos de suas divisões por 3 e 11 da expressão:

$$58.372 \times 1945 \times 83.708$$

Resposta: 2 e 2.

21) Determinar os restos das divisões por 2 e 8 da expressão seguinte, sem efetuar as operações indicadas:

$$3.527^2 \times 74835 + 1.527^3 + 2.823$$

Resposta: 1 e 1.

22) Determinar os restos dos divisores por 2, 5 e 9 da expressão seguinte, sem efetuar as operações indicadas:

$$215.379 \times 27.274 + 35.829 + 1.327$$

Resposta: 1, 4 e 0.

23) A soma de três números pares e consecutivos é igual ao quadrado de 16 mais 50 unidades. Qual o maior dos números?

Resposta: 104. *Colégio Militar — 1968*

NÚMEROS PRIMOS

Chama-se *número primo absoluto* a todo número que só é divisível por si e pela unidade.

Número múltiplo ou composto é todo aquêle que *não é primo*. Dois ou mais números são ditos *primos entre si*, mesmo sem serem primos absolutos, quando só admitem para divisor comum a unidade.

Crivo de Eratóstenes é o processo que se adota para fazer uma lista de números primos e que se denomina *tábua de números primos.*

Vejamos como podemos organizar uma relação de números primos, desde 1 até 100 empregando-se o *Crivo de Eratóstenes.*

Escrevemos seguidamente os números desde 1 até 100.

Assim:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100										

Risquemos todos os números do quadro, de 2 em 2 a partir de 2, exclusive. Riscaremos assim todos os números divisíveis por 2.

A seguir risquemos todos os números do quadro de 3 em 3, a partir de 3 exclusive. Assim serão riscados todos os números divisíveis por 3.

Depois de 3 o primeiro número ainda não riscado é 5, por isso riscaremos de 5 em 5, a partir de 5 exclusive, os números do quadro e assim teremos riscado todos os números divisíveis por 5. Naturalmente encontraremos números já riscados anteriormente não havendo necessidade de riscá-los novamente.

Depois de 5, o primeiro número ainda sem riscar é 7 e por isso, como anteriormente, riscaremos a partir de 7 exclusive, mas de 7 em 7 os números do quadro, eliminando assim todos os números divisíveis por 7.

Depois de 7 o primeiro número ainda não riscado é o 11 e por isso, excluído êle riscaremos os demais, de 11 em 11, eliminando assim os divisíveis por 11. Como nos limites adotados encontramos já todos riscados, concluímos que os não riscados são os números primos compreendidos entre 1 e 100.

Para simplicidade da operação poderíamos ter escrito a série de 1 a 100 sem escrever os números pares, exceto 2 (porque é o único número par que é primo) e começar a riscá-los de 3 em 3 e a seguir, como foi feito.

Dependendo da extensão da tábua que se possua poderemos consultá-la para saber se determinado número é primo. Como porém, na maioria dos casos isto não é possível, diremos como proceder, sempre que tivermos necessidade de verificar se um número é primo.

Para reconhecermos se um número é primo, basta dividí-lo sucessivamente pela série natural dos números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13, etc.), até encontrarmos um quociente — caso a divisão não se faça exatamente — igual ou menor que o divisor, sem que a divisão se faça exatamente, para concluirmos que o número é primo.

Seja número 503, que queremos investigar se é ou não primo.

Empregando-se os caracteres de divisibilidade concluímos não ser êle divisível por 2, 3 e 5. Dividindo-o por 7 verificamos que também não o é. A regra de divisibilidade por 11, mostra não ser o número 503 múltiplo de 11.

A partir de então teremos que *dividí-lo* sucessivamente por 13, 17, 19, 23, etc., até encontrar um quociente nas condições ditas anteriormente, e isso se verifica, no caso em questão, quando usamos o divisor 23.

Assim:

```
503 | 23
    |------
 43   21
 20   ==
```

Como vemos o quociente (21) é menor que o divisor (23 e a divisão não se fêz exatamente (resto 20). Concluímos então que o número 503 é primo.

Decomposição em fatôres primos

Decompor um número em fatôres primos é determinar os fatôres primos que entram na composição do número e que multiplicados, reproduzem o número.

Seja decompor o número 420 em fatôres primos.

Para isso escreveremos o número à esquerda de um traço vertical, à direita do qual são escritos em ordem crescente, de cima para baixo, os números primos que entram na composição do número, ou melhor dito, que dividem o número.

Êsses números primos são, portanto, os divisores primos do número. Os números escritos *sob* o número dado para decompor, são os quocientes de suas divisões pelos dividendos primos escritos, como foi dito, à direita do traço vertical.

Assim:

	420	2 (div. primo)
$420 \div 2 \longrightarrow$	210	2 (div. primo)
$210 \div 2 \longrightarrow$	105	3 (div. primo)
$105 \div 3 \longrightarrow$	35	5 (div. primo)
$35 \div 5 \longrightarrow$	7	7 (div. primo)
$7 \div 7 \longrightarrow$	1	

Então podemos escrever:

$$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ ou}$$
$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7.$$

Na prática a decomposição de um número em fatôres primos toma o aspecto seguinte:

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

Assim são achados os divisores *primos* do número 420 que, entretanto, possui outros divisores.

Vejamos como é possível saber quantos são ao todo e como achá-los depois.

O *número de divisores* (n. d) de um determinado número é obtido depois de somarmos a unidade a cada expoente do *fator primo* que entra na composição do número e em seguida multiplicar os resultados.

Vimos que:

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

Depois do que foi dito:

n. d $= (2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 24.$

O número 420 tem 24 divisores. Vamos calculá-los:

		1 (todo n.º é divisível por 1)
420	2	$2 \times 1 = 2$
210	2	$2 \times 2 = 4$
105	3	$3 \times 1 =$; $3 \times 2 = 6$; $3 \times 4 = 12$
35	5	$5 \times 1 = 5$; $5 \times 2 = 10$; $5 \times 4 = 20$; $5 \times 3 = 15$; $5 \times 6 = 30$; $5 \times 12 = 60$.
7	7	$7 \times 1 = 7$; $7 \times 2 = 14$; $7 \times 4 = 28$; $7 \times 3 = 21$; $7 \times 6 = 42$; $7 \times 12 = 84$; $7 \times 5 = 35$; $7 \times 10 = 70$; $7 \times 20 = 140$; $7 \times 15 = 105$; $7 \;\; 30 = 210$ e $\times 60 = 420$.

Verificamos que o menor divisor é a unidade e o maior é o próprio número.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Decomponha 1960 em fatôres primos e calcule a soma dos expoentes daquêles fatôres.

1960	2
980	2
490	2
245	5
49	7
7	7
1	

Então: $1960 = 2^3 \times 5 \times 7^2$ e a soma dos expoentes dos fatôres primos é:

$$3 + 1 + 2 = 6$$

2) Decompor em fatôres primos o produto: $60 \times 130 \times 250$, sem efetuá-lo.

Decomponhamos separadamente os fatôres do produto:

60	2	130	2	250	2
30	2	65	5	125	5
15	3	13	13	25	5
5	5	1		5	5
1				1	

$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \qquad 130 = 2 = 5 \times 13 \qquad 250 = 2 \times 5^3$

Então podemos escrever:

$$60 \quad \times \quad 130 \quad \times \quad 250$$

$$\boxed{2^2 \times 3 \times 5} \times \boxed{2 \times 5 \times 13} \times \boxed{2 \times 5^3} \quad \text{ou}$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5 \times 13 \times 2 \times 5^3$$

$$60 \times 130 \times 250 = 2^4 \times 3 \times 5^5 \times 13.$$

3) Decompor em fatôres primos a terceira potência de 280.

A terceira potência de 280 é 280^3, que pode ser escrita $(280)^3$.

$(280)^3 = (2^3 \times 5 \times 7)^3 = = 3^{3x3} \times 5^{1x3} \times 7^{1x3} =$
$= 2^9 \times 5^3 \times 7^3$.

4) Calcular o número de divisores de: $N = 16^3 \times 12^2$.

Vimos como é achado o número de divisores de um determinado número.

16 e 12 não sendo *primos*, não é aos seus expoentes que devemos somar a unidade para multiplicar os resultados e achar o número de divisores.

Devemos decompor 16^3 e 12^2 em fatôres primos, para depois aplicar a regra.

Então vem:

$$16^3 = (2^4)^3 \text{ e } 12^2 = (2^2 \times 3)^2 = 2^4 \times 3^2$$

O número N será então:

$$N = 2^{12} \times 2^4 \times 3^2 = 2^{16} \times 3^2$$

e o seu número de divisores:

$$n.\ d = (16 + 1)\ (2 + 1) = 17 \times 3 = 51.$$

5) Qual deve ser o valor de *n* para que o número 15×8^n admita 8 divisores?

Como no exemplo anterior

$$15 = 3 \times 5 \text{ e } 8^n = (2^3)^n = 2^{3n}$$

O número será pois

$$N = 2^{3n} \times 3 \times 5$$

Seu número de divisores que é 28 é dado por

$n.\ d = (3n + 1)\ (1 + 1)\ (1 + 1) = 28$ ou
$(3n + 1) \times 2 \times 2 = 28$ ou $3n + 1 = 7$.

O número que somado a um dá 7 é 6; então:

$$3n = 6 \text{ e } n = 2.$$

6) Achar os divisores pares do número 420, diretamente.

420	2	2
210	2	$2 \times 2 = 4$.
105	3	$3 \times 2 = 6$; $3 \times 4 = 12$.
35	5	$5 \times 2 = 10$; $5 \times 4 = 20$; $5 \times 6 = 30$; $5 \times 12 = 60$.
7	7	$7 \times 2 = 14$; $7 \times 4 = 28$; $7 \times 6 = 42$; $7 \times 12 = 84$; $7 \times 10 = 70$; $7 \times 20 = 140$; $7 \times 30 = 210$ e $7 \times 60 = 420$.
1		

7) Achar os divisores ímpares do número 420, diretamente.

		1
420	2	
210	2	
105	3	$3 \times 1 = 3$.
35	5	$5 \times 1 = 5$; $5 \times 3 = 15$.
7	7	$7 \times 1 = 7$; $7 \times 3 = 21$; $7 \times 5 = 35$;
1		$7 \times 15 = 105$.

8) Calcular o menor número que admite 20 divisores. Temos:

$$n.\ d = 20 = 2 \times 2 \times 5$$

Depois do que foi dito

$$n.\ d = \underbrace{(^* + 1)}_{2} \times \underbrace{(^* + 1)}_{2} \times \underbrace{(^* + 1)}_{5}$$

No interior dos parênteses e no lugar dos asterísticos (*), devemos escrever: 1, 1 e 4.

Os asterísticos estão nos lugares dos expoentes dos fatôres primos que entram na composição do número.

Se pretendemos obter o *menor número*, devemos escolher os *menores* fatôres primos para compô-lo.

Como o número de divisores foi obtido multiplicando-se o interior de três parenteses, segue-se que os fatôres primos que compõem o número, são três e como devem ser os menores, terão que ser: 2, 3 e 5.

Posto isto, o número pedido será da forma

$$N = 2^x \times 3^y \times 5^z,$$

que terá o *menor* valor desde que usemos o *maior* expoente (4) para o *menor fator* (2). Sendo os outros dois expoentes 1 e 1, o número será

$$N = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$$

9) Determinar todos os números que admitem 15 divisores e que só sejam divisíveis pelos fatôres primos 3 e 7.

Temos:

$$n.\ d = 15 = 3 \times 5$$

Como no exemplo anterior, os expoentes dos fatôres primos, que no caso são 3 e 7 serão: $3 - 1 = 2$ e $5 - 1 = 4$.

Existirão dois números, que são:

$$N = 3^2 \times 7^4 = 21.609 \text{ e}$$
$$N^1 = 3^4 \times 7^2 = 3.969.$$

10) Calcular os dois múltiplos consecutivos de 7 que têm para soma 147.

Dois múltiplos consecutivos de 7 diferem de 7. Portanto, se subtrairmos 7 da soma 147, o resultado será o dôbro do menor dos múltiplos, que terá para valor a diferença $147 - 7 = 140$, dividida por 2, isto é, 70.

Um dos múltiplos sendo 70 (o menor) o outro, consecutivo, será 77.

11) Qual o menor número pelo qual se deve multiplicar 192 para obter um produto múltiplo de 80.

Para que o produto a encontrar seja múltiplo de 80 é preciso que contenha os fatôres primos de 80, multiplicados por outro ou outros fatôres.

Decompondo 80 em fatôres primos teremos:

$$80 = 2^4 \times 5.$$

Façamos o mesmo com 192.

$$192 = 2^6 \times 3$$

Vê-se pois que em 192 não existe o fator 5 que é o que será usado para multiplicar 192, de modo a se obter um múltiplo de 80 e que é:

$$192 \times 5 = 960.$$

12) Verificar pela decomposição em fatôres primos, se o número 720 é divisível por 45.

Decompondo-se 720 em fatôres primos encontraremos:

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

Por outro lado

$$45 = 3^2 \times 5$$

Vemos então que 720 contém os fatôres primos de 45 elevados aos mesmos expoentes. Então 720 é múltiplo de 45 e, portanto, divisível por êle.

13) Quantos múltiplos de 5 há entre 153 e 314?

O primeiro múltiplo de 5 que vem depois do número 153 é obtido dividindo-se 153 por 5, que dá 30 para quociente.

Então o primeiro múltiplo de 5 que aparece depois de 153 é $5 \times 31 = 155$.

O último múltiplo de 5 que vem antes de 314 é obtido do mesmo modo, isto é: $314 \div 5$ que dá 62 para quociente e 4 para resto. Então êle é $62 \times 5 = 310$. Para sabermos quantos múltiplos de 5 existem entre 155 e 310, considerando ambos é bastante dividir por 5 a diferença $310 - 155 = 155$ e somar um ao resultado. Concluiremos então que $155 \div 5 + 1 = 32$ múltiplos de 5, nas condições do problema:

14) Multipliquei um número pelo produto dos três menores números primos. O resultado excedeu de 145 unidades aquêle número. Que número foi multiplicado?

Os três menores números primos são 1, 2 e 3 e seu produto 6. Então o número ficou seis vêzes maior do que era, significando que aumentou 5 vêzes êle (o número), razão pela qual ficou acrescido de 145.

Concluímos depois disso que o número multiplicado foi o quociente de 145 por 5, que é 29.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Verificar se os números 299, 397 e 797 são primos.

Resposta: São primos 397 e 797. Não é 299.

2) Dentre os números 91, 121, 211 e 235, um dêles é primo. Destaque êsse número primo.

Resposta: 211. *Ginasial — 1968*

3) Dentre os números 21, 49, 55 e 59 um dêles é primo. Escreva êsse número primo.

Resposta: 59. *Ginasial — 1968*

4) Verificar se os números

1.533
1.919
1.967 são primos.

Resposta: Nenhum é primo.

5) Decompor 2.964 e 5.544 em fatôres primos e somar os expoentes, em cada caso.

Resposta: $2^2 \times 3 \times 13 \times 19$. Soma dos expoentes: 5

$2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11$. Soma dos expoentes: 7

6) Decompor em fatôres primos os números 1.533 e 1.967 e somar os expoentes, em cada caso.

Resposta: $3 \times 7 \times 73$. Soma dos expoentes: 3.

7×281. Soma dos expoentes: 2.

7) Decompor em fatôres primos o produto $30 \times 65 \times 125$, sem efetuá-lo.

Resposta: $2 \times 3 \times 5^5 \times 13$.

8) Decompor em fatôres primos o produto: $24 \times 686 \times 405$, sem efetuá-lo.

Resposta: $2^4 \times 3^5 \times 5 \times 7^3$.

9) Decompor em fatôres primos a quinta potência de 1.500.

Resposta: $2^8 \times 3^4 \times 5^{12}$.

10) Decompor em fatôres primos a quinta potência de 645.

Resposta: $3^5 \times 5^5 \times 43^5$.

11) Decompor em fatôres primos a quinta potência de 360.

Resposta: $2^{15}\ 3^{10} \times 5^5$.

12) Decompor $30^2 \times 45^3 \times 60^4$ em fatôres primos.

Resposta: $2^{10} \times 3^{12} \times 5^9$.

13) Calcular o número de divisores de 1968.

Resposta: 20.

14) Calcular o número de divisores de 1958 e determiná-los.

Resposta: n. d = 8. Divisores: 1 — 2 — 11 — 22 — 89 — 178 — 979 e 1958.

15) Calcular o número de divisores de 180 e determiná-los.

Resposta: n. d = 18. Divisores: 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 9 — 10 — 12 — 15 — 18 — 20 — 30 — 36 — 45 — 60 — 90 — 180.

16) Formar os divisores de 3.540.

Resposta: 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 10 — 12 — 15 — 20 — 30 — 59 — 60 — 118 — 177 — 236 — 295 — 354 — 590 — 708 — 885 — 1.180 — 1.770 e 3.540.

17) Calcular o número de divisores do número N = $2^5 \times 3^6 \times 5^8$.

Resposta: 72.

18) Calcular o número de divisores de: N = $4^2 \times 25^3 \times 343$.

Resposta: 140.

19) Para que $2^a \times 3^2$ admita 18 divisores, qual deve ser o valor de a?

Resposta: $a = 5$. *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

20) Qual deve ser o valor de n para que o número 63×4^n admita 54 divisores?

Resposta: n = 4.

21) Sendo N = $2^3 \times 3^x \times 5^3 \times 7^2$, qual deve ser o valor de x para que tenha 148 divisores?

Resposta: x = 2.

22) Achar os divisores *pares* do número 660.

Resposta: 2 — 4 — 6 — 10 — 12 — 20 — 22 — 30 — 44 — 60 — 66 — 110 — 132 — 220 — 330 e 660.

23) Achar os divisores *ímpares* do número 2.860.

Resposta: 1 — 5 — 11 — 13 — 55 — 65 — 143 — 715.

24) Achar os divisores *pares* do número 1.968.

Resposta: 2 — 4 — 6 — 8 — 12 — 16 — 24 — 48 — 82 — 164 — 246 — 328 — 492 — 984 e 1.968.

25) Achar os divisores *ímpares* do número 264.

Resposta: 1 — 3 — 47 e 141.

26) Calcular o menor número que admite 30 divisores.

Resposta: 720.

27) Calcular o menor número que admite 12 divisores.

Resposta: 60.

28) Achar os dois menores números que tenham 30 divisores cada um; que sejam divisíveis por 3, 5 e 11 e não sejam por nenhum outro fator primo.

Resposta: 61.875 e 49.005.

29) Achar os números que tenham 6 divisores cada um, que sejam divisíveis por 7 e 13 e não sejam por nenhum outro fator primo.

Resposta: 637 e 1.183.

30) Quais os dois números que admitem 8 divisores e que não são múltiplos de outros números primos além de 2 e 5?

Resposta: 40 e 250. *C. Militar — 1968*

31) Qual o maior número primo que é divisor de 7.260?

Resposta: 11. *I. E. C. Dutra — 1968*

32) Calcular os dois múltiplos consecutivos de 13 que têm para soma 65.

Resposta: 26 e 39.

33) Calcular os dois múltiplos consecutivos de 11 que têm para soma 121.

Resposta: 55 e 66.

34) Qual o menor número pelo qual se deve multiplicar 135 para obter um produto múltiplo de 90?

Resposta: 2.

35) Qual o menor número pelo qual se deve multiplicar 250 para obter uma potência de 10?

Resposta: 4.

36) Calcule o menor número diferente de zero pelo qual devemos multiplicar 72 para que o produto seja divisível por 42. *I.E. e C. Dutra — 1968*

Resposta: 7.

37) Verificar pela decomposição em fatôres primos, se o número 420 é divisível por 28.

Resposta: É.

38) Verificar pela decomposição em fatôres primos se o número 270 é divisível por 14.

Resposta: Não.

39) Quantos múltiplos de 7 há entre 1.967 e 2.835?

Resposta: 122.

40) Quantos múltiplos de 11 existem entre 2.837 e 3.529?

Resposta: 63.

MAIOR DIVISOR COMUM

Maior divisor comum de dois ou mais números, é o maior numero que os divide exatamente. Se nao houver nenhum número que divida os números dados, além da unidade, o *maior divisor comum* é *um* e os números considerados dizem-se *primos entre si.*

Para acharmos o *maior divisor comum* (m. d. c.) de vários números, usamos os processos da *decomposição dos números em fatôres primos* ou o das *divisões sucessivas,* chamado *algaritimos de Euclides.*

Quando usamos o primeiro processo, isto é, o da decomposição dos números, *separadamente,* em fatôres primos, o *maior divisor comum* é igual ao produto dos fatôres primos *comuns,* elevados aos *menores* expoentes.

No caso do processo empregado ser o das divisões sucessivas o maior divisor comum é o penúltimo resto encontrado na série de divisões efetuadas e que corresponde ao último divisor.

Temos pois, dois processos para encontrar um divisor comum a varios números, e que é, como o seu nome diz, o *maior divisor comum.*

Êle (m. d. c.), portanto, divide os números, (dos quais é o maior divisor comum), exatamente, fornecendo quocientes que são *primos entre si.*

Sendo êle o divisor comum maior de vários números, quando fôr muito grande será igual, no *máximo,* ao *menor* dos números.

Faremos a seguir uma síntese, sob forma de questionário, que uma vez memorizada pelo aluno, servirá como um roteiro para a solução de problemas de maior divisor comum.

Vejamos a síntese:

a) O que é o m. d. c. de vários números?
É o maior número que divide exatamente os números dados.

b) Como se chama o m. d. c. de vários números?
Pela decomposição dos números, em fatôres primos, *separadamente* ou pelas *divisões sucessivas*.

c) A que é igual o m. d. c. de vários números?
No caso de, em sua procura, ser empregado o processo da decomposição em fatôres primos, o m. d. c. é igual ao produto dos fatôres primos *comumns*, elevados aos *menores* expoentes. Se a sua procura fôr feita através dos *algarítimos de Euclides* será o penúltimo resto, que é o último divisor.

d) Quando dividimos os números considerados pelo seu m. d. c., como são os quocientes encontrados?
Primos entre si.

e) Qual o maior valor do m. d. c. de vários números?
Em certos casos êle será, no máximo, igual ao menor dos números.

f) Dos divisores comuns a vários números, qual aquêle que sabemos achar?
O maior divisor comum dos números.

g) Quando o m. d. c. de vários números é unidade, como são os números?
Primos entre si.

Propriedades do menor múltiplo comum

1) Quando multiplicamos ou dividimos vários números por uma mesma quantidade, o m. d. c. fica multiplicado ou dividido pela mesma quantidade.

2) Todo divisor comum de dois ou mais números é divisor do m. d. c. dêsses números.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Achar o m. d. c. dos números 4.725, 3.450 e 8.655, decompondo-os em fatôres primos.

4.725	3	3.450	2	8.655	3
1.575	3	1.725	3	2.885	5
525	3	575	5	577	577
175	5	115	5	1	
35	5	23	23		
7	7	1			
1					

Então:

$4.725 = 3^3 \times 5^2 \times 7$; $3.450 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 23$; $8.655 = 3 \times 5 \times 577$.

Sendo o m. d. c. o produto dos fatôres primos comuns, elevados aos menores expoentes, concluímos que seu valor será:

$$\text{m. d. c.} = 3 \times 5 = 15$$

2) Calcular o m. d. c. dos números do problema anterior pelo processo das divisões sucessivas.

De preferência tomemos os dois maiores números para a primeira série de divisões sucessivas.

	1	1	4	1	16	1	2	Linha dos quocientes
8655	4725	3930	795	750	45	30	15	Linha dos divisores
3930	795	750	45	300 30	15	0		Linha dos restos

Procuremos agora o m. d. c. do terceiro número 3.450 e do m. d. c. dos outros dois números e que achamos ser 15.

Então:

	230	
3450	15	linha dos divisores
45 00		linha dos restos

Concluímos ser 15 o m. d. c. dos 3 números dados.

Costuma-se esquematizar o que foi dito da seguinte maneira·

8655 ⟩ m. d. c. (15) (1)
4725 ⟩
3450 ——————— m. d. c. (15) (2)

Êste segundo resultado (2) é a resposta do problema. Convém ressaltar que o resultado (1) podia ser um número diferente do encontrado em (2) como veremos no exemplo seguinte.

3) Calcular o m. d. c. dos números 2.480, 1.640 e 820.

Como no exemplo anterior

	1	1	1	2	linha dos quocientes
2480	1640	840	800	40	linha dos divisores
840	800	40	00		linha dos restos

A seguir calcularemos o m. d. c. entre 820 (3.° número do problema) e 80 (m. d. c. dos outros dois números).

Vem:

	20	2	linha dos quocientes
820	40	20	linhas dos divisores
020	00		linha dos restos

E concluiremos que o m. d. c. procurado é 20.

2450 ⟩
1640 ⟩ m. d. c. = 40 (1)
820 ——————— m d c = 20 (2)

Vê-se que os resultados (1) e (2) são diferentes, como dissemos que podia ocorrer, quando explicamos o exercício 2.

4) O m. d. c. de 2 números é 12 e os quocientes encontrados na pesquisa por divisões sucessivas são: 2, 2 e 5. Determinar os números.

Procedamos como nos acsos anteriores 2 e 3 e representemos por A e B os números procurados e por R, R' etc. os diversos restos encontrados.

Assim:

	2	2	5
A	B	R	R^1
R	R^1	0	

R^1 sendo o penúltimo resto e conseqüentemente o último divisor, será o m. d. c., então é, 12.

Podemos então escrever:

	2	2	5	linha dos quocientes
A	B	R	12	linha dos divisores
R	12	0		linha dos restos

5 é o quociente de uma divisão exata cujo divisor é 12 e o dividendo é R.

Então:

$$R = 2 \times 5 + 0 = 60$$

A situação passa a ser então:

	2	2	5
A	B	60	12
60	12	0	

Novamente teremos quociente 2; divisor 60 e resto 12, faltando apenas calcular B, que é o dividendo. Então:

$$B = 2 \times 60 + 12 = 132$$

Teremos finalmente:

	2	2	5
A	132	60	12
60	12	0	

Um quociente 2; um divisor 132 e um resto 60, faltando apenas calcular o dividendo A e teremos seu valor, como das vêzes anteriores:

$$A = 2 \times 132 + 60 = 324$$

Os números procurados são pois 324 e 132.

5) O m. d. c. de dois números é 32 e os três quocientes encontrados na pesquisa pelos divisores sucessivos, são os menores possíveis. Determinar os números.

No cálculo do m. d. c. de dois números pelas divisões sucessivas, o *último quociente não pode ser a unidade.* Pôsto isto, porque o problema diz que êles são três e os menores possíveis, só poderão ser 1, 1 e 2 e como da vez anterior:

	1	1	2
A	B	R	R^1
R	R^1	0	

Onde $R^1 = 32$ e teremos por isso

	1	1	2
A	B	R	32
	32	0	

E, como vimos, $R = 2 \times 32 + 0 = 64$.

Podemos então esquematizar novamente:

	1	1	2
A	B	64	32
64	32	0	

Então B = 1 × 64 + 32 = 96 e

Finalmente

	1	1	2
A	96	64	32
64	32	0	

A = 1 × 96 + 64 = 160

Os números são pois 160 e 96.

6) Achar os três maiores divisores comuns aos números 1.440 e 1.080

O item (f) do roteiro diz que: dos divisores comuns a vários números sabemos achar o: maior divisor comum.

Então, dos três divisores maiores o *maior* é o m. d. c., que é 360.

Achado o maior, basta dividí-lo sucessivamente pelos seus menores divisores que são 2 e 3, para acharmos: 180 e 120.

Os divisores pedidos são: 360, 180 e 120.

7) Quais os divisores comuns de 1.440 e 1.080 compreendidos entre 100 e 200?

Como vimos no exemplo anterior o maior divisor comum entre os números dados é 180 m. d. c. Como queremos os compreendidos entre 100 e 200 é bastante achar os divisores de 360 e selecionar os do intervalo pedido.

Então:

		1
360	2	2
180	2	4
90	2	8
45	3	3 — 6 — 12 — 24
15	3	9 — 18 — 36 — 72
5	5	
1		5 — 10 — 20 — 40 — 15 — 30 — 60 — 120
		45 — 90 — 180 — 360

Agora é só selecioná-los: 120 e 180.

8) — O m. d. c. de dois números é 11.

Se multiplicarmos cada um dos números por $2^2 \times 5$ qual é o nôvo m. d. c.

Vimos que, multiplicando-se ou dividindo-se vários números por uma quantidade, o m. d. c. aparece multiplicado ou dividido pela mesma quantidade.

Então, se o m. d. c. de dois números era 11, multiplicando-se cada um dêles por $2^2 \times 5$ ou seja 20, o m. d. c., que era 11 passará a ser 11 × 20 = 220.

9) Achar os divisores comuns dos números 200 e 440.

Dos divisores comuns a vários números, iremos achar o maior (m. d. c.) (f do roteiro).

Vamos então achar o m. d. c. dos números 200 e 440, que é, pelas divisões sucessivas.

	2	5
440	200	40
40	00	

igual a 40. A 2.ª propriedade do m. d. c. diz: Os divisores do m. d c. são também divisores do número, por isso é bastante calcular os divisores de 40

		1
40	2	2
20	2	4
10	2	8
5	5	5 — 2 — 20 — 40
1		

Os divisores de 40 são os divisores comuns aos números 200 e 440.

10) Achar o maior número pelo qual devemos dividir 254 e 352 para que os restos sejam 4 e 2, respectivamente.

O melhor número para dividir outros é o m. d. c. dos números.

Suponhamos que 254 são laranjas e 352 são maçãs.

Se queremos dividir as laranjas e as maçãs pelo maior número de pessoas mas desejamos ficar com 4 laranjas e 2 maçãs, devemos de início retirar dos totais de laranjas e maçãs a dividir, aquelas com que desejamos ficar.

Se assim procedermos restarão 254 — 4 = 250 laranjas e 352 — 2 = 350 maçãs para dividir pelo maior número de pessoas.

O maior número de pessoas é o m. d. c. dos números 250 e 350 e que é 50.

Então, 50 é o maior número pelo qual dividindo-se 254 e 352 sobram, respectivamente, os restos de 4 e 2.

11) Qual o m. d. c. de dois números ímpares consecutivos?

Dois números ímpares consecutivos são *primos entre si*, então o seu m. d. c. é a unidade.

12) Qual o m. d. c. de dois números pares consecutivos?

Dois números pares, quaisquer que êles sejam, são divisíveis por 2. Então o seu m. d. c. é 2.

13 Determinar os 3 menores números pelos quais devemos dividir 320, 250 e 440 para que os quocientes sejam iguais.

Já dissemos que o m. d. c. é o melhor número para dividir outros, quando êle é o m. d. c. daquêles outros.

Calculemos pois o m. d. c. dos números dados:

320	2	280	2	440	2
160	2	140	2	220	2
80	2	70	2	110	2
40	2	35	5	55	5
20	2	7	7	11	11
10	2	1		1	
5	5				
1					

Então $320 = 2^6 \times 5$; $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ e $440 = 2^3 \times \times 5 \times 11$ e o m. d. c. é:

m. d. c. $= 2^3 \times 5 = 40$

Façamos as divisões

320	40	280	40	440	40
00	8	00	7	40	11

Observando-se os resultados encontrados, verificamos que os divisores são iguais e os quocientes diferentes.

O que o problema pede é que sejam iguais os quocientes e os divisores não.

Basta então que troquemos os quocientes pelos divisores para se ter

320	8	280	7	440	11
00	40	00	40	00	40

Onde os quocientes são iguais e os divisores diferentes.

Considerando que 8, 7 e 11 foram os quocientes das divisões dos números pelo maior de seus divisores (m. d. c.) conclui-se fàcilmente que êles são os menores.

Então 8, 7 e 11 são os menores números pelos quais dividindo-se 320, 280 e 440 obtem-se quocientes iguais.

14) Colhi 300 tangerinas e 850 laranjas para vendê-las em cêstos contendo o maior número possível de frutos da mesma espécie. Pergunta-se: quantos cêstos vendi e por quanto vendi cada fruto, sabedo-se que cada cêsto foi vendido por 7,50 cruzeiros novos.

Se os cestos devem conter o *maior número possível* da mesma espécie e o número de frutos nos cêstos deve ser o mesmo, conclui-se fàcilmente *que aquêle maior número* de frutos deve ser o m. d. c. do número de laranjas e tangerinas, que é 50.

Dividindo-se 300 tangerinas por 50 (50 em cada cêsto), conclui-se que são necessários 6 cêstos para conter as tangerinas. (300 ÷ 50 = 6).

Do mesmo modo são 17 (850 ÷ 50 = 17) cêstos para conter as laranjas. Então o total de cêstos é:

$$6 + 17 = 23.$$

Como em cada cêsto existem 50 tangerinas ou 50 laranjas, e cada uma delas foi vendida por NCr$ 7,50, segue-se que cada tangerina ou cada laranja custou:

Ncr$ 7,50 ÷ 50 = Ncr$ 0,15.

15) Um menino possui 112 bolas verdes; 48 vermelhas e 80 amarelas. Deseja arrumá-las em caixas de modo a conterem o mesmo e o maior número possível de bolas no total e côres.

Quantas caixas são necessárias e quantas bolas de cada côr figurarão em cada caixa?

É conveniente ressaltar o modo escolhido pelo menino para colocar as bolas nas caixas:

No problema anterior os cêstos continham só *tangerinas* e *sòmente laranjas.*

No entanto os cêstos podiam conter tangerinas e laranjas alterando a resposta do problema.

No caso em questão, cada caixa deve conter bolas das três côres, isto é, verdes, vermelhas e amarelas. Nessas condições, o m. d. c. do número de bolas de cada côr irá representar o total de *caixas,* permitindo assim que o menino possa ter o *maior número de caixas.* Assim sendo, o número de caixas será 16.

Em cada caixa haverá: 112 ÷ 16 = 7 bolas verdes. 48 ÷ 16 = 3 bolas vermelhas e 80 ÷ 16 = 5 bolas amarelas, num total de 15 bolas em cada caixa.

16) Duas estradas que se cortam em um T têm 5.980 e 3.360 metros respectivamente. Pretende-se colocar postes de iluminação ao longo das estradas, de modo que exista um poste no cruzamento das estradas e um em cada extremidade do trecho considerado. Exige-se que a distância entre cada dois postes seja a mesma e a maior possível.

Pergunta-se quantos postes serão empregados?

Como a distância tem que ser a mesma e a maior possível, temos que calcular o maior número capaz de dividir ao mesmo tempo 5.980 e 3.360 metros. Êsse número é o m. d. c., que uma vez achado nos diz ser 840 metros que corresponderão às distâncias entre cada dois postes.

Dividamos cada um dos comprimentos das estradas por 840 metros e encontraremos 7 e 4, que correspondem aos números de intervalos marcados pelos postes.

Para separarmos cada uma das 7 partes em que vai ser dividida a estrada maior, precisaremos de 8 postes e para separarmos cada uma das 4 partes em que vai ser dividida a estrada menor precisaremos de 5 postes.

Acontece porém, que o poste colocado no cruzamento tanto servirá para limitar as partes da estrada menor como para marcar uma das extremidades da estrada maior.

Não fôsse a circunstância assinalada e seriam necessários: 8 + 5 = 13 postes para as duas estradas. Diante delas, bastam apenas 13 — 1 = 12 postes.

17) O m. d. c. de três números é 96. Se dividirmos cada um dos números por $2^4 \times 3$ qual o m. d. c. dos quocientes obtidos?

Vimos que multiplicando-se ou dividindo-se vários números por uma quantidade, o m. d. c. dos vários números aparece multiplicado ou dividido pela mesma quantidade.

No caso em questão os números cujo m. d. c. é 96 serão divididos por $2^4 \times 3$ ou 48, por isso o m. d. c. aparecerá dividido por 48 e pasará a ser 2, isto é $96 \div 48 = 2$.

18) O salto de um coelho tem mais de 20 decímetros e menos de 30 decímetros. Ao percorrer 240 decímetros dá um número exato de saltos e o mesmo acontece ao percorrer 336 decímetros. Qual o comprimento do salto?

Para que o comprimento do salto esteja contido em número exato de vêzes em 240 e 336 é preciso que seu valor seja igual a um número que os divida exatamente.

Vimos que o melhor número para dividir números é o m. d. c. dos números.

Procuremos então o m. d. c. de 240 e 336. Aplicando-se qualquer dos processos já explicados, concluímos que o m. d. c. é 24, que representará o comprimento do salto do coelho, isto é, 24 dm.

O fato do problema dizer que o valor do salto está compreendido entre 20 dm e 30 dm é para o problema não ter mais de uma solução, pois se não fôsse estabelecida restrição, qualquer divisor de 24 indicava uma solução para o problema que teria tantos quantos são os divisores de 24 ou $2^3 \times 3$, que tem para número de divisores: n. d. $= (3 + 1)(1 + 1) = 8$ soluções.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Calcular o m. d. c. dos números seguintes pela decomposição em fatôres primos:

a) 108, 144 e 216
b) 220, 300 e 630
c) 792, 1.056 e 1.848.

Resposta: a) 36; b) 10 e c) 264.

2) Calcule o m. d. c. dos números seguintes pelas divisões sucessivas:

a) 1.577 e 2.093
b) 406, 435 e 493
c) 1.106 e 790.

Resposta: a) 91; b) 29 e c) 158.

3) Se $M = 16 \times 3$; $N = 3^2 \times 125$ e $P = 3 \times 5^2$, qual é o m. d. c. de M, N e P?

Resposta: 1. *C. Militar — 1968*

4) Aqui temos dois números:

$A = 2^3 \times 3 \times 5$
$B = 2^3 \times 3^2 \times 7$

Observe e indique, apenas, o m. d. c. dêsses números?

Resposta: 24. *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

5) O m. d. c. de dois números é 12. Na sua procura pelos algarítimos de Euclides encontram-se os quocientes 1, 1 e 3. Quais são êsses números?

Resposta: 48 e 84.

6) Na procura do m. d. c. de dois números encontram-se três quocientes iguais a 1 e o quarto igual a 4. Sabendo-se que o m. d. c. dos números é igual a 6, calcular os dois números.

Resposta: 84 e 54.

7) Na procura do m. d. c. de dois números pelo processo das divisões sucessivas, foram encontrados em ordem os quocientes 2, 4 e 6. Se o penúltimo resto é 9, quais são os dois números?

Resposta: 504 e 225. *C. Militar — 1968*

8) O m. d. c. de dois números é 16 e os três quocientes encontrados na pesquisa pelas divisões sucessivas são os menores possíveis. Determinar os números.

Resposta: 80 e 48.

9) O m. d. c. de dois números é 15 e os quatro quocientes encontrados nas divisões sucessivas, são os menores possíveis. Determinar os números.

Resposta: 120 e 175.

10) Tem-se: $A = 2^3 \times 3^m \times 5 \times 7$ e $B = 2^n \times 3^2 \times 7$: calcule m e n de modo que o máximo divisor comum de A e B seja 252.

Resposta: n = 2 e m = 2. *C. Pedro II — 1968*

11) Calcule os 4 maiores divisores comuns de 1.872; 1.584 e 1.008.

Resposta: 144, 72, 48 e 36.

12) Calcule os três maiores divisores comuns dos números 128, 72, 40 e 32.

Resposta: 8, 4 e 2. *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

13) Dê todos os divisores comuns aos números 72 e 84 que sejam divisíveis por 3.

Resposta: 3 — 6 e 12. *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

14) Quais os divisores comuns de 468, 396 e 252, compreendidos entre 4 e 18?

Resposta: 6, 9 e 12.

15) Quais os divisores comuns dos números 1.800, 2.400 e 3.900, compreendidos entre 75 e 300?

Resposta: 100 e 150.

16) Achar os divisores comuns dos números 936, 792 e 504.

Resposta: 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 8 — 9 — 12 — 18 24 — 36 e 72.

17) Achar os divisores comuns dos números 252, 468 e 396.

Resposta: 1 — 2 — 3 — 4 — 6 — 9 — 12 — 18 e 36.

18) O m. d. c. de dois números é 7. Se multiplicarmos cada um dos números por $3^2 \times 11$, qual é o nôvo m. d. c.?

Resposta: 693.

19) O m. d. c. de três números é 12. Se multiplicarmos cada um dos números por 3×5^2 qual é o nôvo m. d. c?

Resposta: 900.

20) O m. c. d. de quatro números é 124. Se dividirmos cada um dos quatros números por 2×31 qual o m. d. c. dos quocientes obtidos.

Resposta: 2.

21) O m. c. d. de três números é 144. Dividindo cada um dêles por $2^2 \times 3$, o m. d. c. dos quatro números será?

Resposta: 12. *I. E. e C. Dutra*

22) Qual o maior número pelo qual devemos dividir 243 e 391, para que os restos obtidos sejam respectivamente 3 e 7?

Resposta: 48.

23) Determinar o maior número pelo qual se deve dividir 1.647 e 1.325 para se obter os restos 7 e 5, respectivamente.

Resposta: 40.

24) Dividindo-se os números 2.483, 1.645 e 1.331 pelo maior número possível obtém-se os restos 3, 5 e 11, respectivamente. Determinar êsse número.

Resposta: 40.

25) Pedem-se os três menores números pelos quais devem ser divididos respectivamente os números 2.480, 1.320 e 1648, para que os três quocientes obtidos sejam iguais.

Resposta: 62, 33 e 40.

26) Quais os três menores números pelos quais se devem dividir os números 208, 816 e 2.112 para que os quocientes sejam iguais?

Resposta: 13, 51 e 132.

27) Três peças de fazenda têm respectivamente 168 m 254 m e 312 m. Deseja-se cortá-los em parte de comprimentos iguais, de maneira que cada parte seja a maior possível. Qual o comprimento de cada parte e o número de partes?

Resposta: Cada parte tem 24 m e o número de partes é 31.

28) Um quitandeiro resolveu distribuir 36 laranjas, 60 abacates e 84 cajus, com várias crianças, de modo que cada um recebesse o mesmo e o maior número possível de frutas de cada espécie. Pergunta-se o número de crianças aquinhoadas e o número de frutas de cada espécie que recebeu cada criança?

Resposta: 12 crianças
3 laranjas
5 abacates
7 cajus.

29) Um comerciante para vender 180 botões grandes, 71 botões médios e 108 botões pequenos, deseja colocá-los

em caixas com o mesmo número de botões de cada tamanho, e tendo o maior número possível de botões, quantas serão as caixas ao tôdo?

Resposta: 10 caixas. *C. Pedro II — 1968*

30) Desejamos arborizar o contôrno de um terreno retangular de 1.320 m por 1.456 m, mantendo as árvores eqüidistantes com a maior distância possível. Se em cada canto plantarmos uma árvore, quantas serão necessárias?

Resposta: 694 árvores.

31) Um triângulo tem para lados 9 m; 12 m e 5 m. Deseja-se iluminar os seus lados com postes de luz equidistantes e com a maior distância possível. Se em cada vértice colocarmos um poste, quantos serão necessários?

Resposta: 12 postes.

32) Um terreno retangular tem 120 m de comprimento e 75 m de largura. Para medí-lo quer-se usar uma trena de maior comprimento possível, que fique contido um número exato de vêzes nas suas dimensões. Qual deve ser o seu comprimento para que tal aconteça?

Resposta: 15 m.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Mínimo múltiplo comum ou *menor múltiplo comum* de dois ou mais números, é o menor número divisível pelos números dados.

Para acharmos o *mínimo múltiplo comum* (m. m. c.) de vários números, usamos a decomposição dos números em fatôres primos, ao *mesmo tempo* (processo comum) ou *separadamente*. Podemos também calculá-lo com o auxílio do maior divisor comum, se não quisermos decompor os números em fatôres primos.

Quando usamos a decomposição dos números separadamente, em fatôres primos, o mínimo múltiplo comum é igual ao produto dos fatôres primos comuns e não comuns, elevados aos maiores expoentes.

Assim, por exemplo, seja calcular o m. m. c. dos números 2.480, 1.640 e 1.320, decompondo-os em fatôres primos *separadamente*.

Se assim fizermos encontraremos:

$$2.480 = 2^4 \times 5 \times 31$$

$$1.640 = 2^3 \times 5 \times 41$$

$$1.320 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 11$$

Então o m. m. c. $= 2^4 \times 3 \times 5 \times 11 \times 31 \times 41 =$ 3.355.400.

Se a decomposição for feita em *conjunto*, o menor múltiplo comum é igual ao produto dos fatôres primos que forem escritos à direita do traço vertical.

2.480	—	1.640	—	1.320	2
1.240	—	820	—	660	2
620	—	410	—	330	2
310	—	205	—	165	2
155	—	205	—	165	3
155		205	—	55	5
31	—	41	—	11	11
31	—	41	—	1	31
1	—	41	—	1	41
1	—	1	—	1	

O m. m. c., como foi dito, é:

m. m. c.: $2^4 \times 3 \times 5 \times 11 \times 31 \times 41 = 3.355.400$.

Se pretendermos obter o m. m. c. de *dois números*, com o auxílio do m. d. c. (decompondo-os ou não em fatôres primos), empregaremos a seguinte expresão, que também servirá para calcular o m. d. c. de dois números se conhecermos os dois números e o m. m. c. dêles.

Se chamarmos de A e B os dois números a expressão referida é:

$$A \times B = \text{m. d. c.} \times \text{m. m. c},$$

que nos permite escrever:

$$\text{m. m. c.} = \frac{A \times B}{\text{m. d. c.}} \text{ ou}$$

$$\text{m. d. c.} = \frac{A \times B}{\text{m. m. c.}}$$

Muitas vêzes há conveniência na substituição de *vários números por um único*. Neste caso poderíamos escolher

qualquer número, para a substituição desde que fôsse múltiplo dos vários números a substituir. Essa escôlha torna-se mais fácil, se em lugar de qualquer múltiplo escolhermos o *menor múltiplo comum*, pois como vimos *existem processos* para calculá-lo.

Por isso não devemos esquecer que dos múltiplos de vários números, sabemos achar o *menor* (menor múltiplo comum). O m. m. c. de vários números é divisivel pelos números e os quocientes de suas divisões são números *primis entre si* e *divisores* do m. m. c.

Para que seja divisível pelos números é preciso que embora muito pequeno não seja *menor* do que o *maior dos números*, do qual é o m. m. c.

No caso dos números cujo m. m. c. queremos achar, serem *primos entre si*, seu valor será o *produto dos números*.

Assim o m. m. c. de 2, 5 e 8, é: (números primos entre si)

$$\text{m. m. c.} = 2 \times 5 \times 8 = 80.$$

Como fizemos quando tratamos do maior divisor comum daremos a seguir uma síntese, que prestará os mesmos serviços aos alunos, como prestou a do m. d. c.

Vejamos:

a) O que é o m. m. c. de vários números?
É o menor número divisível pelos números dados.

b) Como se acha o m. m. c. de vários números?
Descompondo-os em fatôres primos separadamente ou em conjunto ou com o auxílio do m. d. c.

c) A que é igual o m. m. c. de vários números?
Decomposto separadamente, é igual ao produto dos fatôres primos comuns e não comuns, elevados aos maiores expoentes.
Decompostos em conjunto, é igual ao produto dos fatôres primos escritos à direita do traço vertical.

Através do m. d. c. (sendo 2 números), com o auxílio da expressão

$$m.\ m.\ c. = \frac{A \times B}{m.\ d.\ c.},\ A \text{ e } B$$

sendo os dois números.

d) Para que serve o m. m. c.?
Para substituir vários números dos quais êle seja o m. m. c. e de um modo mais prático, *para ser dividido pelos números.*

e) Como são os quocientes das divisões do m. m. c. pelos números?
Primos entre si e divisores do m. m. c.

f) Qual o menor valor do m. m. c. de vários números?
Nunca poderá ser *menor* do que o *maior* dos números.

g) Dos múltiplos de vários números qual o que sabemos achar?
O menor múltiplo comum.

Propriedades do menor múltiplo comum

a) Quando multiplicamos ou dividimos dois ou mais números pelo mesmo número, o m. m. c. dêsses números fica multiplicado ou dividido pelo mesmo número. Por exemplo: O m. m. c. de 12, 15 e 18 é 180. O m. m. c. de $12 \times 2 = 24$; de $15 \times 2 = 30$ e de $18 \times 2 = 36$, o m. m. c. é $180 \times 2 = 360$.

b) Dado dois ou mais números, se o maior fôr divisível pelos outros, será êle o m. d. c. dos números. Por exemplo: O m. m. c. de 24, 12, 6, 4, 3 e 2 é 24 porque 24 é divisível por 2, 3, 4, 6 e 12.

c) Quando elevamos vários números a uma mesma potência o seu m. m. c. fica elevado a essa potência. Assim o m. m. c. de 12, 20 e 15 é 60. Então o m. m. c. de 12^2, 20^2 e 15^2 é 60^2.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Determine pelo processo da decomposição em fatôres primos, separadamente o m. m. c. dos números 40, 60 e 90.

Temos:

40	2	60	2	90	2
20	2	30	2	45	3
10	2	15	3	15	3
5	5	5	5	5	5
1		1		1	

Podemos escrever:

$40 = 2^3 \times 5$; $60 = 2^2 \times 3 \times 5$; $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

O m. m. c. procurado dêsse modo é igual ao produto dos fatôres primos comuns e não comuns, elevados aos maiores expoentes.

Então

$$m.\ m.\ c. = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 720.$$

2) Determine o m. m. c. pelo processo de decomposição em conjunto ou simultâneamente dos números: 340, 890 e 1.400.

Temos

340	—	890	—	1.400		2
170	—	445	—	700		2
85	—	445	—	350		2
85	—	445	—	175		5
17	—	89	—	35		5
17	—	89	—	7		7
17	—	89	—	1		17
1	—	89	—	1		89
1	—	1	—	1		

8) Qual o menor número que dividido por 15, 21 e 35 deixa sempre resto de 13.

Se o número não deixasse resto quando dividido por 15, 21 e 35, seria múltiplo de 15, 21 e 35 e poderíamos escrever:

$$N = m.\ 15 \quad (m \text{ — múltiplo}).$$
$$N = m.\ 21$$
$$N = m.\ 35$$

Como deixam sempre resto 13, poderemos ecrever:

$$N = m.\ 15 + 13$$
$$N = m.\ 21 + 13$$
$$N = m.\ 35 + 13$$

e de um modo mais simples:

$$N = \begin{Bmatrix} m & 15 \\ m & 21 \\ m & 35 \end{Bmatrix} + 13$$

Considerando que dos múltiplos de vários números sabemos (temos processos) achar o menor (roteiro — g) é bastante achar o m. m. c. dos números 15, 21 e 35, que sabemos ser 105 e então escreveremos:

$$N = \begin{Bmatrix} 105 \end{Bmatrix} + 13 \quad \text{ou}$$

$$N = 118$$

9) Qual o menor número divisível ao mesmo tempo por 18, 24 e 48?

O item *d* do roteiro diz ser o m. m. c. o melhor número para ser dividido por outros.

Basta então acharmos o m. m. c. de 18, 24 e 48, que é 144 para ter resolvido o problema.

10) Determinar os números de dois algarismos, divisíveis por 3 e 7.

Para que o número considerado seja divisível por 3 e por 7, é preciso que seja múltiplo de 3 e múltiplo de 7.

O múltiplo de 3 e 7 que sabemos achar é o m. m. c. dêles igual a 3 × 7, por serem *primos entre si*.

Conhecido o menor, basta calcularmos os seus *múltiplos* (de 21), de *dois algarismos*, como pede o problema, para acharmos os números que o satisfazem.

Assim:

$$21 \times 1 = 21$$
$$21 \times 2 = 42$$
$$21 \times 3 = 63$$
$$21 \times 4 = 84$$

Não prosseguiremos na determinação dos múliplos de 21, pois o seguinte ao último encontrado, já contém *três algarismos*.

11) Calcule os números compreendidos entre 1.000 e 3.000, que sejam divisíveis por 24, 30 e 50.

Para os número serem divisíveis por 24, 30 e 50 é preciso que sejam múltiplos dêles. Dos múltiplos dêles saberemos achar o menor múltiplo comum, que é 600 que está fora dos limites fixados.

Procuremos então os seus múltiplos compreendidos entre 1.000 e 3.000.

Teremos:

$$600 \times 2 = 1.200$$
$$600 \times 3 = 1.800$$
$$600 \times 4 = 2.400$$

e não prosseguiremos pois o seguinte é 3.000 e não serve.

12) Calcule os três menores números pelos quais se devem multiplicar 12, 16 e 18, respectivamente, de modo que os produtos sejam iguais.

Se depois de multiplicarmos 12, 16 e 18 por três números diferentes os produtos se tornam iguais é porque os re-

sultados achados (produtos), são múltiplos de 12, 16 e 18. Dos múltiplos de vários números, sabemos achar o menor (m. m. c.); devemos pois procurar o m. m. c: de 12, 16 e 18, que é 144 e, em seguida dividí-lo sucessivamente por 12, 16 e 18.

Assim:

$$144 \div 12 = 12; \; 144 \div 16 = 9 \text{ e } 144 \div 18 = 8$$

Êsses quocientes, 12, 9 e 8 são os números pedidos.

13) Determinar o menor número ao qual faltam 7 unidades para ser ao mesmo tempo divisível por 12, 40 e 48.

Como no exercício 8 podemos escrever:

$$N = m.\ 12 - 7$$
$$N = m.\ 40 - 7$$
$$N = m.\ 48 - 7 \quad \text{ou}$$

$$N = \left\{ \begin{matrix} m.\ 12 \\ m.\ 40 \\ m.\ 48 \end{matrix} \right\} - 7 \quad \text{ou}$$

$N = 240 - 7 = 233$, que é o número procurado.

14) Achar o menor múltiplo de 13 que dividido por 15, 24 e 40 deixa sempre resto 10.

Temos que calcular um número que dividido por 15, 24 e 40 deixe sempre resto 10. Dos vários números que podem ser encontrados procuraremos aquêle que seja múltiplo de 13.

O m. m. c. de 15, 24 e 40 é 120.

Para que a divisão dôle por 15, 24 e 40 dê resto 10 o número terá que ser

$$120 + 10 = 130 \text{ que é dividido por } 13.$$

15) Achar o menor múltiplo de 13, que dividido por 2, 3 e 5 deixa sempre resto 1.

O m. m. c. de 2, 3 e 5 é 30.

Para deixar resto 1 quando dividido por 2, 3 e 5 é preciso ser, no mínimo

$$30 + 1 = 31,$$

que não é divisível por 13.

Procuramos então um múltiplo de 30, isto é, 60 que para deixar resto um quando dividido por 2, 3 e 5, terá que ser

$$60 + 1 = 61$$

mas que também não é divisível por 13.

Procuramos outro múltiplo do m. m. c. 30 e teremos $3 \times 30 = 90$ que terá que ser acrescido de um para deixar resto um, quando dividido por 2, 3 e 5, sendo portanto

$$90 + 1 = 91.$$

Como 91 é divisível por 13, segue-se que é o número procurado.

16) Achar o menor número múltiplo de 30 divisível por 54.

Para o número procurado ser múltiplo de 30 e divisível por 54, terá que ser também múltiplo de 54, por isso a solução do problema consiste em achar o m. m. c. entre 30 e 54 que é 270.

17) Sendo 120 o m. m. c. de três números, qual será o m. m. c. de três números que são respectivamente o triplo de cada um dêles?

A propriedade (a) nos autoriza a dizer que o m. m. c. é 360, isto é, 3×120.

18) Sendo o m. m. c. de dois números 180, qual será o m. m. c. de dois números que são respectivamente a metade de cada um dêles?

A mesma propriedade (a) nos autoriza a dizer que o m. m. c. procurado é 90, isto é, $180 \div 2$.

19) Qual a menor quantia que pode se pode obter grupando notas de NCr$ 5, 00 e NCr$ 10, 00.

A menor quantia será múltipla, respectivamente de NCr$ 5,00 e NCr$ 10,00. Será portanto o m. m. c. entre NCr$ 5,00 e NCr$ 10,00 que é NCr$ 10,00.

20) Tenho mais de 200 livros e menos de 300. Contando-os de 8 em 8, 10 em 10 e 15 em 15 sempre sobram 5. Quantos livros possuo?

Se contando os livros de 8 em 8, 10 em 10 e 15 em 15 sempre sobram 5 é porque os livros que tenho, chamando-os de N, são:

$$N = m.\ 8 + 5$$
$$N = m.\ 10 + 5 \quad \text{ou}$$
$$N = m.\ 15 + 5$$

como fizemos de outras vêzes.

$$N = \begin{Bmatrix} m\ 8 \\ m\ 10 \\ m\ 15 \end{Bmatrix} + 5 \quad \text{ou}$$

$$N = 120 + 5 = 125.$$

Considerando que são mais de 200 e menos de 300, o múltiplo 120, que é o menor, não serve.

Procurando o seguinte, isto é,

$$120 \times 2 = 240$$

Teremos:

$$240 + 5 = 245$$

que é o número de livros que possuo.

21) Os três enfermeiros de um pôsto médico fazem plantão respectivamente de 15 em 15 dias; 35 em 35 dias e 21 em 21 dias, mas ficaram juntos no dia 5 de março. Quando voltarão a ficar juntos novamente?

Os períodos dos plantões dos enfermeiros são múltiplos de 15, 35 e 21. Para voltarem a ficar juntos novamente é preciso que decorra um tempo que seja múltiplo de 15, 35 e 21 e além disso o menor.

Então o m. m. c. dos tempos que é 105 dias, findos os quais ficarão juntos novamente.

Considerando que ficaram juntos no dia 5 de março, teremos:

De 5 a 31 de Março	27 dias
De 1 a 30 de Abril	30 "
De 1 a 31 de Maio	31 "
De 1 a 30 de Junho	30 "
	118 "

Considerando que o período é de 105

$$118 - 105 = 13$$

Então o próximo encontro dos enfermeiros será no dia

30 de Junho — 13 = 17 de Junho.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Determinar pelo processo da decomposição em fatôres primos o m. m. c. dos números:

a) 28, 72 e 98; b) 60, 84 e 264; c) 36, 54 e 96.

Resposta: a) 3.528; b) 9.240 e c) 540.

2) Determinar pelo processo de decomposição em fatôres primos, em conjunto o m. m.c. dos números:

a) 30, 50 e 80; b) 125, 375 e 950; c) 18, 27, 40 e 35.

Resposta: a) 1.200; b) 14.250 e c) 7.560.

3) Tem-se $A = 2^3 \times 3^m \times 5 \times 7$ e $B = 2^n \times 3^2 \times 7$. Calcular m e n de modo que o m. m. c seja 5.040.

Resposta: $m = 2$ e $n = 4$. *C. Pedro II — 1968*

4) Sendo $A = 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$; $B = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ e $C = 2^2 \times 3^4 \times 5^2$, determinar: o m. m. c.; o m.d.c. e o quociente do m. m. c. pelo m. d. c.

Resposta: m. m. c. $= 2^3 \times 3^4 \times 5^3 \times 7$; m. d. c. $=$ $= 2^2 \times 3^2 \times 5$ e o quociente $= 3.150$.

5) Qual a diferença entre o m. m. c. e o m. d. c. dos números 3 e 11?

Resposta: 32. *Ginasial — 1968*

6) Determinar o m. m. c. dos números, com o auxílio do m. d. c.

a) 240 e 360; b) 520 e 956

Resposta: a) 720; b) 125.236.

7) Determinar o m. m. c. de dois números cujo produto é 2.160 e m. d. c. = 6.

Resposta: 360.

8) Determinar o m. d. c. de dois números sabendo-se que o produto dêles é 3.375 e o m. m. c. = 225.

Resposta: 15.

9) Determinar o m. m. c. de 2.401 e 360, com o auxílio do m. d. c.

Resposta: 720.

10) Determinar o m. m. c. dos números 524 e 956, com o auxílio do m. d. c.

Resposta: 1.122.

11) Determinar o m. d. c. de dois números sabendo que o produto dêles é 5.040 e o seu m. m. c. = 420.

Resposta: 12.

12) Determinar os três menores múltiplos comuns de 14, 30 e 35.

Resposta: 210, 420 e 630.

13) Determinar os 4 menores múltiplos comuns de 9 e 12.

Resposat: 36, 72, 108 e 144.

14) Determinar os dois menores múltiplos comuns aos números 36, 54 e 90.

Resposta: 540 e 1.080.

15) Calcular os três menores múltiplos comuns de 18 e 27.

Resposta: 54, 108 e 162.

15) Qual o menor número que dividido por 18, 24 e 48, deixa sempre resto 5.

Resposta: 149.

16) Determinar o menor número que dividido por 18, 45 e 63, deixa sempre resto 13.

Resposta: 643.

17) Qual o menor número divisível ao mesmo tempo por 18, 27 e 36.

Resposta: 108.

18) Qual o menor número divisível ao mesmo tempo por 18, 24, 30 e 40?

Resposta: 360.

19) Calcular os números de três algarismos que são divisíveis por 36 e 40.

Resposta: 360 e 720.

20) Quais são os números inferiores a 1.400 que são divisíveis por 8, 9 e 10?

Resposta: 360, 720 e 1.080.

21) Quais são os múltiplos de 15 compreendidos entre 29 e 59?

Resposta: 30 e 45. *Liceu Nilo Peçanha — 1967*

22) Determinar os números compreendidos entre 2.100 e 4.850 que sejam divisíveis por 84, 98 e 168.

Resposta: 2.352, 3.528 e 4.704.

23) Quais são os números múltiplos de 84 e 96, menores que 2.000?

Resposta: 672 e 1.344. *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

24) Determinar os números compreendidos entre 1.500 e 4.600 múltiplos de 108 e 168.

Resposta: 1.512, 3.024 e 4.536.

25) Calcule os três menores números pelos quais se deve multiplicar 60, 80 e 120 respectivamente, de modo que os produtos obtidos sejam iguais.

Resposta: 4, 3 e 2.

26) Calcule os três menores números pelos quais se deve multiplicar 36, 54 e 90, respectivamente, de modo que os produtos obtidos sejam iguais.

Resposta: 15, 10 e 6.

27) Determinar o menor número ao qual faltam 9 unidades para ser ao mesmo tempo divisível por 18, 27 e 36.

Resposta: 99.

28) Determinar o menor número ao qual faltam 36 unidades para ser ao mesmo tempo divisível por 36, 40, 56 e 72.

Resposta: 2.484.

29) Achar o menor múltiplo de 5 que dividido por 4 e 28 deixa sempre resto 3.

Resposta: 115.

30) Achar o menor múltiplo de 7, que dividido por 5 e 9 deixa sempre resto 4.

Resposta: 49.

31) Achar o menor múltiplo de 60 divisível por 108.

Resposta: 540.

32) Achar o menor múltiplo de 15 divisível por 27.

Resposta: 135.

33) O m. m. c. de dois números é 50. Qual é o m. m. c. de dois números que são respectivamente o quádruplo de cada um dêsses?

Resposta: 200.

34) O m. m. c. de três números é 150. Qual é o m. m. c. de três números que são respectivamente, um têrço de cada um dêsses?

Resposta: 50

35) Qual a menor quantia que se obtém grupando moedas de NCr$ 0,10; NCr$ 0,20 e NCr$ 0,50?

Resposta: NCr$ 1,00.

36) Um colecionador de moedas pretendeu separá-las de 6 em 6; 12 em 12 ou 18 em 18, mas sempre sobravam 4 moedas. Contou-as tôdas e verificou que elas eram mais que 118 e menos que 180. Quantas moedas tinha o colecionador?

Resposta: 148.

37) Numa granja existem mais de 1.600 aves e menos de 2.400 contando-as de 64 em 64; 80 em 80 e 120 em 120 sempre sobram 40. Quantas aves existem na granja?

Resposta: 1.960.

38) De uma estação urbana partem ônibus para o bairro A de 18 em 18 minutos; para o bairro B de 12 em 12 minutos e para o bairro C de 10 em 10 minutos. Sabendo-se que às

10 horas e 48 minutos partiram juntos os ônibus dessas três linhas, a que horas partirão juntos novamente?

Resposta: 13 horas e 48 minutos.

39) Três automóveis disputam uma corrida em pista circular. O primeiro dá cada volta em 4 minutos; o segundo em 5 minutos e o terceiro em 6 minutos. No fim de quanto tempo voltarão os três automóveis a se encontrar no início da pista, se êles partiram juntos?

Resposta: 60 minuos ou uma hora.

40) Três amigos vêm ao Rio respectivamente de 30 em 30 dias; de 48 em 48 dias e de 60 em 60 dias.
Se êles chegaram ontem, há quantos dias estiveram reunidos no Rio pela última vez?

Resposta: 240 dias.

41) Duas rodas de uma engrenagem têm 30 e 36 dentes respectivamente. Cada roda têm um dente estragado. Se num dado instante os dois dentes quebrados estão em contato, pergunta-se: depois de quantas voltas de cada engrenagem se repetirá o encontro?

Resposta: 6 e 5 voltas. *C. Militar — 1968*

42) Tem-se: A = 72; B = 120 e C = 900. Escreva:

a) O maior múltiplo comum entre A, B e C compreendido entre 1.000 e 4.000.
b) O menor número primo inferior a A.
c) O número de divisores comuns a A, B e C.

Resposta: a) 3.600; b) 71; c) 6. *C. Pedro II — 1968*

FRAÇÕES

Fração é a medida de uma grandeza que contém *uma* ou mais *partes iguais* em que se dividiu a *unidade*.

É representada por um traço horizontal separando dois números que ficam um sôbre o traço e o outro sob êle. Êsses dois números são chamados *têrmos da fração*. Particularizando, o que fica sôbre o traço é o *numerador* e indica o número de partes tomadas à unidade. O que fica sob o traço é o denominador e indica o número de partes iguais em que a unidade foi dividida.

Assim $\frac{3}{5}$ é uma fração que se lê: três quintos. O número 3 é o *numerador* e o número 5 o *denominador*. O *denominador* 5 indica o número de partes em que a unidade (qualquer que ela seja) foi dividida.

O *numerador* 3 diz terem sido tomadas 3 daquelas 5 partes. As significações atribuídas aos têrmos de um fração levam a concluir que:

1.º — Se duas frações têm o mesmo *denominador*, aquela que possuir *maior numerador* é a maior.

Assim, se tivermos as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$, a segunda será maior do que a primeira, porque seu numerador 4 é maior do que o numerador 3 da primeira.

2.º — Se duas frações têm o mesmo *numerador*, aquela que tiver *menor denominador* será a *maior*.

Por isso se tivermos as frações $\frac{7}{8}$ e $\frac{7}{9}$ a primeira será maior do que a segunda pois o número de partes, tomadas à unidade, em ambas as partes foi 7, enquanto que a mesma unidade foi na primeira dividida em 8 partes e na segunda em 9, sendo as primeiras, portanto maiores.

Depois do que acabou de ser dito ficamos em condições de comparar frações, desde que tenham os mesmos *denominadores ou numeradores.*

Quando a fração tem o *numerador menor do que o denominador* ela é dita *própria*, como por exemplo $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$, etc. No caso de dar-se o contrário, isto é o *denominador ser menor do que o numerador*, a fração é dita *imprópria* como no caso das frações $\frac{8}{3}$ e $\frac{7}{6}$.

Quando a fração é *imprópria* podemos extrair-lhe os inteiros, o que se consegue dividindo o numerador pelo denominador.

Assim, $\frac{5}{3}$ é igual a $1 + \frac{2}{3}$ ou $1 \frac{2}{3}$, resultado que é conhecido como *número mixto*. O numero 1 é a parte inteira; dois o resto da divisão de 5 por 3 e 3 o divisor. Daí a fração $\frac{2}{3}$, *sempre própria* (o resto não pode ser maior que o divisor), que se junta com a parte inteira, e por isso, o nome de *numero mixto*.

Assim como foi possível transformar uma *fração imprópria* em *numero mixto*, podemos transformar *um numero mixto* em *fração imprópria*, para o que é bastante multiplicar o inteiro pelo denominador da fração e somar ao produto o numerador. Esse resultado é o numerador da *fração imprópria*, que terá para denominador, o denominador da fração.

Assim, o *número mixto* $1 \frac{2}{3}$ ou $1 + \frac{2}{3}$ será transformado em *fração imprópria* de acôrdo com o que foi dito, como se segue:

$$1 \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3 + 2}{3} =$$

$$= \frac{3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$$

Algumas propriedades das frações

1.ª — Quando se multiplica o *numerador* de uma fração por uma determinada quantidade, a fração fica tantas vêzes *maior* quantas forem as unidades da quantidade que serviu de multiplicador.

2.ª — Quando se multiplica o *denominador* de uma fração por uma certa quantidade, a fração fica tantas vêzes *menor* quantas fôrem as unidades da quantidade que serviu de multiplicador.

Como conseqüência das duas propriedades anteriores, pode-se dizer que: multiplicando-se os *têrmos* de uma fração (numerador e denominador) por uma mesma quantidade, a fração não se altera.

3.º — Quando se *divide* o numerador de uma fração por uma determinada quantidade, a fração fica tantas vêzes *menor* quantas forem as unidades da quantidade que serviu de divisor.

4.ª — Quando se divide o *denominador* de uma fração por uma determinada quantidade, a fração fica tantas vêzes *maior* quantas forem as unidades da quantidade que serviu de divisor.

Como *conseqüência* das duas últimas propriedades, conclui-se que uma fração não se altera quando se divide

os seus têrmos (numerador e denominador) pela mesma quantidade.

Essa conseqüência permite fazer o que se chama: *simplificação de uma fração*, que sendo continuada até seus têrmos *serem primos entre si*, ela se tornará *irredutível* ou *reduzida à sua expressão mais simples*.

A simplificação de uma fração *redutível (a que não tem os seus têrmos primos entre si)* pode ser feita por reducões sucessivas até que se torne uma fração *irredutível*. Pode também ser feita com uma única simplificação, desde que seus têrmos sejam divididos pelo m. d. c. dêles.

Assim, seja tornar irredutível a fração *redutível* $\frac{27}{45}$, por simplificações sucessivas.

Teremos:

$$\frac{27}{45} = \frac{27 \div 3}{45 \div 3} = \frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5},$$ que é *irredutível*.

No caso de querermos obter a fração irredutível com uma simplificação apenas, procuraríamos o m. d. c. de 27 e 45 que sabemos ser 9 e teremos:

$$\frac{27}{45} = \frac{27 \div 9}{45 \div 9} = \frac{3}{5}$$

As frações $\frac{27}{45}$, $\frac{9}{15}$ e $\frac{3}{5}$ são *equivalentes*, isto é, têm o mesmo valor. As duas primeiras são redutíveis e a última *irredutível*.

As duas conseqüências enumeradas anteriormente podem ser sintetizadas em uma só e que é a seguinte:

"O valor de uma fração não se altera quando se multiplicam ou dividem os seus têrmos por um mesmo número".

A segunda mostrou-nos como podemos, *em certos casos*, determinar frações equivalentes a uma fração dada, bastando apenas que a fração dada, seja *redutível*.

A primeira nos permite calcular frações equivalentes à uma fração dada, seja ela *redutível* ou *irredutível*.

Vejamos como conseguir uma fração equivalente à fração *irredutível* $\frac{3}{5}$

Para isso é bastante multiplicar os seus têrmos por um mesmo número, 7 por exemplo, para termos:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$$

De dois modos podemos então achar frações *equivalentes à frações dadas:*

1.º — Simplificando-as, no caso de serem redutíveis ou multiplicando-lhes os têrmos por um mesmo número.

2.º — Multiplicando-lhes os têrmos por um determinado número, no caso de serem as frações *irredutíveis*.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Somar as frações: $\frac{5}{17} + \frac{3}{17} + \frac{7}{17}$

As frações cuja soma vamos fazer são *homogêneas*, pois têm o mesmo denominador.

Em tais casos *somam-se* os numeradores e *conserva-se* o denominador.

Assim:

$$\frac{5}{17} + \frac{3}{17} + \frac{7}{17} \quad \frac{5 + 3 + 7}{17} = \frac{15}{17}$$

2) Somar as frações: $\frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7}$

Como da vez anterior:

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7} = \frac{5 + 3 + 9}{7} =$$

$$= \frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7},$$

depois de extrair os inteiros.

3) Somar:

$$3\frac{1}{4} + 5\frac{3}{4}$$

Trata-se de somar dois *números mixtos* Devemos transformá-los primeiramente em *frações impróprias* e depois somá-las, como nos exemplos anteriores.

De acôrdo com o que foi ensinado

$$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4} \text{ e } 5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$$

Então iremos somar:

$$\frac{13}{4} + \frac{23}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

4) Somar as frações: $\frac{4}{9} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$.

Como os denominadores das frações são diferentes, é preciso *reduzí-los ao mesmo denominador,* que será o m. m. c. de 9, 4 e 2, isto é 36.

Considerando que as frações passaram a ter o denominador 36, concluímos que os denominadores das frações dados, foram multiplicados respectivamente por 4, 9 e 18, razão pela qual teremos que multiplicar os respectivos numeradores pelas mesmas quantidades para que não se alterem, pois se assim não fôsse, como vimos anteriormente, as frações dadas ficariam divididas por 4, 9 e 18, deixando de ser as dadas para somar.

Então teremos:

$$\frac{4 \times 4}{9 \times 4} + \frac{3 \times 9}{4 \times 9} + \frac{1 \times 18}{2 \times 18} =$$

$$= \frac{16}{36} + \frac{27}{36} + \frac{18}{36},$$ equivalentes às frações dadas e que somadas dão:

$$\frac{16 + 27 + 28}{36} = \frac{61}{36} = 1\frac{25}{36},$$

depois de extrair os inteiros.

5) Efetuar as operações:

$$12\frac{5}{6} + 4\frac{5}{9} + 3\frac{1}{2}.$$

De início transformaremos os números mixtos em frações impróprias.

Vemos:

$$\frac{77}{6} + \frac{41}{9} + \frac{7}{2}$$

A seguir reduziremos as frações ao mesmo denominador que é o m. m. c. de 6, 9 e 2, igual a 18.

A seguir procederemos como no exemplo anterior e vem:

$$\frac{77 \times 3}{18} + \frac{41 \times 2}{18} + \frac{7 \times 9}{18} \text{ ou}$$

$$\frac{231 + 82 + 63}{18} = \frac{376}{18} = 20\frac{16}{18} =$$

$= 20\frac{8}{9}$, depois de simplificar a fração $\frac{16}{18}$, tornando-a na irredutível $\frac{8}{9}$.

6) Subtrair as frações: $\frac{10}{11} - \frac{9}{11}$.

As frações sendo *homogêneas* como as do exemplo 1, é bastante *subtrair* os numeradores e *conservar o denominador*.

Assim:

$$\frac{10}{11} - \frac{9}{11} = \frac{10 - 1}{11} = \frac{1}{11}$$

7) Subtrair de $8\frac{2}{9}$ o número mixto $5\frac{4}{9}$.

Transformando os números mixtos a subtrair, em frações impróprias, vem:

$$\frac{74}{9} - \frac{49}{9} = \frac{25}{9} = \frac{7}{9}$$

8) Subtrair:

$$7 - \frac{2}{3}$$

Se em lugar do sinal menos entre o inteiro 7 e a fração $\frac{2}{3}$, estiver o sinal mais, já vimos como proceder.

A diferença entre o que fizemos quando ensinamos a transformar um número mixto em fração imprópria e a subtração de uma fração de um inteiro, está em que: do produto do inteiro pelo denominador da fração, subtrai-se o numerador do mesmo, conservando-se, entretanto o, resultado achado sôbre o denominador da fração:

Assim:

$$7 - \frac{2}{3} = \frac{7 \times 3 - 2}{3} = \frac{19}{3} =$$

$$= 6\frac{1}{3}$$

9) Subtrair: $\frac{9}{11} - \frac{4}{5}$

Como os denominadores são diferentes procederemos como no caso da soma de frações com denominadores diferentes, como foi feito no exemplo 4.

O m. m. c. das frações equivalentes a subtrair, por serem denominadores das fraçoes dadas, números primos entre si, é: m m. c. $= 11 \times 5 = 55$.

Então:

$$\frac{9 \times 5}{11 \times 5} - \frac{4 \times 11}{5 \times 11} \text{ ou}$$

$$\frac{45}{55} - \frac{44}{55} = \frac{45 - 44}{55} = \frac{1}{55}$$

10) Efetuar a subtração:

$$11 \frac{2}{3} - 4 \frac{3}{7}$$

Transformando os números mixtos em frações impróprias, vem:

$$\frac{35}{3} - \frac{31}{7}$$

Reduzindo ao mesmo denominador depois de achar o m. m. c. que é 21, vem:

$$\frac{35 \times 7}{21} - \frac{31 \times 3}{21} \text{ ou}$$

$$\frac{245}{21} - \frac{93}{21} = \frac{245 - 93}{21} = \frac{152}{21} =$$

$$= 7 \frac{5}{21}$$

11) Efetuar a subtração:

$$\frac{12}{7} - 1$$

Trata-se de subtrair de uma fração imprópria, um número inteiro. Em tais casos, multiplica-se o inteiro pelo denominador da fração; subtrai-se o resultado encontrado do numerador da mesma e o resultado será o numerador da fração que terá o mesmo denominador.

Assim:

$$\frac{12}{7} - 1 = \frac{12 - 1 \times 7}{7} =$$

$$= \frac{12 - 7}{7} = \frac{5}{7}$$

12) Multiplicar as frações:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{6}{7}$$

Para multiplicarmos várias frações, multiplicam-se os numeradores, cujo produto será o *numerador da fração resultante*.

Multiplicam-se os denominadores das frações dadas e o produto será o *denominador* da *fração resultante*.

Assim:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 3 \times 6}{5 \times 4 \times 7} = \frac{36}{140},$$

que depois de tornada irredutível passará a ser: $\frac{9}{35}$.

13) Multiplicar:

$$9 \times \frac{3}{4}$$

Para multiplicarmos *um inteiro por uma fração* ou *uma fração por um inteiro*, multiplica-se o inteiro pelo numerador da fração e conserva-se, no resultado, o mesmo denominador.

Assim:

$$9 \times \frac{3}{4} = \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4} = 6\,\frac{3}{4}$$

14) Efetuar as operações:

$$\left(\frac{4}{18} + \frac{8}{10} \times \frac{4}{6}\right) \times \frac{1}{2}$$

Devemos efetuar primeiramente as operações que estão contidas no parênteses efetuando em primeiro lugar a multiplicação e a seguir a soma.

Assim:

$$\left(\frac{4}{18} + \frac{8 \times 4}{10 \times 6}\right) \times \frac{1}{2} \quad \text{ou}$$

$$\left(\frac{4}{18} + \frac{32}{60}\right) \times \frac{1}{2} \quad \text{ou}$$

$$\left(\frac{40}{180} + \frac{96}{180}\right) \times \frac{1}{2} \quad \text{ou}$$

$$\frac{136}{180} \times \frac{1}{2} = \frac{136}{360} = \frac{17}{45}$$

depois de simplificar o resultado.

15) Dividir:

$$\frac{4}{9} \text{ por } \frac{8}{11}$$

Para dividir frações conservamos a fração dividendo; trocamos o sinal de dividir pelo de multiplicar; invertemos os têrmos da fração divisora e procedemos como na multiplicação.

Então:

(fração dividendo) $\frac{4}{9} \div \frac{8}{11}$ (fração divisora) é o mesmo que:

$$\frac{4}{9} \times \frac{11}{8} = \frac{44}{72} = \frac{11}{18}$$

16) Efetuar:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} \div \frac{8}{9}$$

De acôrdo com o que foi dito acima, aplicado às duas primeiras frações, vem:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$$

Temos assim o quociente das duas primeiras frações que poderá substituí-las para ser dividido por terceira fração.

Teremos então:

$$\frac{21}{20} \div \frac{8}{9} \quad \text{e novamente}$$

$$\frac{21}{20} \times \frac{9}{8} = \frac{189}{160}$$

Depois do que foi mostrado poderíamos proecder como se segue:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} \div \frac{8}{9} \text{ é o mesmo que}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{5} \times \frac{9}{8} = \frac{189}{160} = 1\frac{29}{160}$$

17) Dividir:

$$\frac{9}{11} \div 4$$

Para dividir uma ração por um inteiro, conserav-se a fração; troca-se o sinal de dividir para multiplicar e inverte-se o inteiro.

Teremos então:

$$\frac{9}{11} \div 4 \text{ é o mesmo que}$$

$$\frac{9}{11} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{44}$$

18) Dividir

$$8 \div \frac{32}{63}$$

Para dividir um inteiro por uma fração, conserva-se o inteiro; troca-se o sinal de dividir pelo de multiplicar, inverte-se a fração e procede-se como no exercício 13.

Assim:

$$8 \div \frac{32}{63} \text{ é o mesmo quê}$$

$$8 \times \frac{63}{32} = \frac{63}{4} = 15\frac{3}{8}$$

(depois de simplificar e extrair os inteiros).

19) Efetuar as operações:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{23} + \frac{4}{5} -$$

$$- \frac{7}{12} \div \frac{7}{9}$$

Para resolvermos uma expressão dêsse tipo torna-se necessário ter atenção à ordem das operações

Assim é que:

A soma $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$ deve ser multiplicada por $\frac{1}{23}$ e teremos:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$$

Êsse resultado multiplicado por $\frac{1}{23}$, dá:

$$\frac{23}{20} \times \frac{1}{23} = \frac{1}{20}$$ que deve ser somado à fração $\frac{4}{5}$ e teremos:

$$\frac{1}{20} + \frac{4}{5} = \frac{1+16}{20} = \frac{17}{20}$$

Dêsse resultado $\frac{17}{20}$ deve ser subtraído, *não a fração* $\frac{7}{12}$, mas sim o quociente dela por $\frac{7}{9}$.

Teremos então:

$$\frac{7}{12} \div \frac{7}{9} = \frac{7}{12} \times \frac{9}{7} = \frac{3}{4}$$

(depois de simplificada) que deverá ser subtraído da fração $\frac{17}{20}$

Teremos finalmente:

$$\frac{17}{20} - \frac{3}{4} = \frac{17 - 15}{20} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

20) Resolver:

$$\frac{\frac{3}{5} + 2}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}} \times \frac{5}{8} \times \frac{23}{10}$$

O numerador $\frac{3}{5} + 2$ é igual a $\frac{13}{5}$

O denominador $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ é igual a

$$\frac{3}{4} + \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$$

Então teremos:

$$\frac{\frac{13}{5}}{\frac{23}{20}} \times \frac{5}{8} \times \frac{23}{10}$$

A fração cujos numeradores e denominadores são frações, significa, como tôda fração, que o numerador é para ser dividido pelo denominador; poderemos resolvê-la:

$$\frac{13}{5} \div \frac{23}{20} = \frac{13}{5} \times \frac{20}{23} = \frac{52}{23}$$

(depois de simplificado) e então teremos:

$$\frac{52}{23} \times \frac{5}{8} \times \frac{23}{10} = 3\frac{1}{4}$$ depois de feitas as operações.

21) Escrever em ordem decrescente as seguintes frações: $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{3}$ e $\frac{3}{4}$.

Para comparar frações, dissemos no início do capítulo, é necessário que elas tenham os *mesmos denominadores* ou *numeradores.*

Reduzindo as frações dadas ao mesmo denominador vem:

$$\frac{5}{5}, \frac{7}{3} \text{ e } \frac{3}{4}$$

O m. m. c. de 3, 4 e 5 é 60, por serem números primos entre si. Então depois do que já foi ensinado:

$$\frac{12 \times 5}{60} \quad \frac{20 \times 7}{60} \quad \frac{15 \times 3}{60} \text{ ou}$$

$$\frac{60}{60} \quad \frac{140}{60} \text{ e } \frac{45}{60}$$

A que tem o *maior numerador* é a *maior* e a que tem menor numerador é a *menor.*

Então para colocá-las em ordem decrescente escreveremos:

$$\frac{140}{60}, \frac{60}{60} \text{ e } \frac{45}{60},$$

que comparados com as equivalentes que foram dadas seriam escritas

$$\frac{7}{3}, \frac{5}{5} \text{ e } \frac{3}{4}$$

22) Escrever em ordem crescente as frações $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{8}$

Problema idêntico ao anterior mas que iremos resolver tornando iguais os numeradores das frações dadas. Para isso é bastante reduzi-las ao mesmo numerador, procurando o m. m. c. de seus numeradores 3, 2 e 3, que é 6.

Então teremos:

$$\frac{6}{2 \times 6}, \frac{6}{3 \times 3} \text{ e } \frac{6}{2 \times 8} \text{ ou}$$

$$\frac{6}{12}, \frac{6}{9} \quad \frac{6}{16}$$

Quando os *numeradores são iguais,* a que tem *menor* denominador é a *maior* e a que tem *maior* denominador é a *menor.*

Postos em ordem crescente será:

$$\frac{6}{16}, \frac{6}{12} \text{ e } \frac{6}{9} \text{ ou}$$

reportando-nos às frações dadas:

$$\frac{3}{8} \quad \frac{3}{6} \text{ e } \frac{2}{3}$$

23) Reduza os números 27, 42, 37, 81, 103 a quintos.

Para reduzi os números dados a quintos é preciso que êles sejam apresentados sob forma de frações com denominadores 5.

Colocar os números dados sôbre denominadores 5 é o mesmo que dividí-los por 5. Para que êles continuem sendo o que são torna-se, portanto, necessário multiplicá-los por 5 e colocá-los sôbre 5.

Então teremos:

$$\frac{27 \times 5}{5} = \frac{135}{5};$$

$$\frac{42 \times 5}{5} = \frac{210}{5};$$

$$\frac{37 \times 5}{5} = \frac{185}{5};$$

$$\frac{81 \times 5}{5} = \frac{405}{5};$$

$$\frac{103 \times 5}{5} = \frac{515}{5}$$

24) Escreva o inverso de $\frac{15}{4}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{7}$

O inverso de um número é obtido colocando-o no *denominador* de uma fração cujo numerador é a unidade.

Então os inversos dos números dados são obtidos:

$$\frac{1}{\frac{15}{4}} = 1 \div \frac{15}{4} = \frac{4}{15};$$

$$\frac{1}{\frac{3}{7}} = 1 \div \frac{3}{7} = \frac{7}{3};$$

$$\frac{1}{\frac{8}{9}} = 1 \div \frac{8}{9} = \frac{9}{8};$$

$$\frac{1}{\frac{1}{3}} = 1 \div \frac{1}{3} = 3;$$

$$\frac{1}{\frac{5}{7}} = 1 \div \frac{5}{7} = \frac{7}{5}.$$

25) Complete a igualdade:

$$20 = \frac{*}{8}$$

Trata-se de procurar um número que dividido por 8, dê para quociente 20.

Temos portanto o divisor (8) e o quociente (20).

Sabemos que o dividendo (*) é o produto do divisor pelo quociente.

Então:

$$* \text{ (dividendo)} = 8 \times 20 = 160.$$

26) Substitua o asterístico para que as frações sejam equivalentes:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{*}$$

Vimos como é possível obter frações equivalentes a uma fração dada.

Considerando que $\frac{2}{3}$ é uma fração irredutível e que a equivalente que se pretende completar tem por numerador 10, conclui-se que o numerador da fração dada (2) foi multiplicado por 5 ($10 \div 2 = 5$). Para que a fração não se altere o denominador (9) da fração dada deve ser também multiplicado por 5 e o asterístico (*) será então:

$$3 \times 5 = 15.$$

A fração procurada será:

$$\frac{10}{15}$$

27) O problema 25 pode ser enunciado: Escreva uma fração que seja igual a 20 e que tenha denominador 8.

Mudou apenas o enunciado. A maneira de resolver e as razões apresentadas naquele problema continuam as mesmas e por isso a fração será:

$$\frac{160}{8}$$

28) Calcule $\frac{3}{5}$ de 25.

Com problemas dêsse gênero, a *preposição de* é substituída pelo sinal de *multiplicação* e por isso teremos:

$$\frac{3}{5} \times 25 = \frac{3 \times 25}{5} = 15.$$

29) Calcular:

$$\frac{4}{5} \text{ dos } \frac{2}{3} \text{ de } 15.$$

Do mesmo modo que no exemplo anterior, teremos:

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times 15 = 8$$

30) Determinar duas frações equivalentes a $\frac{3}{5}$ e $\frac{7}{8}$ de modo que o numerador da primeira seja igual ao denominador da segunda.

De duas maneiras podemos achar uma fração equivalente à outra, como já vimos.

No caso em questão, por serem as frações irredutíveis, seus equivalentes só poderão ser obtidos multiplicando-se seus têrmos por quantidades iguais, respectivamente. Teremos então que multiplicar os têrmos da fração $\frac{3}{5}$ por um número e os dos $\frac{7}{8}$ por outro.

Por isso o numerador da primeira fração procurada será múltiplo de 3 e o denominador da segunda, múltiplo de 8.

Como devem ser iguais, por exigências do problema, segue-se que êles têm que ser múltiplos de 3 e 8. Vimos que

existem processos para determinar o menor múltiplo comum a vários números e no caso em questão como são primos êle será igual a 3×8, então é 24

Temos então:

1.ª fração $\frac{24}{*}$

2.ª fração $\frac{*}{24}$

Uma vez que o numerador da primeira fração dada era 3 e passou a ser 24, conclui-se que tal só ocorreu porque foi multiplicado por 8. Para que a fração não se altere teremos que multiplicar seu denominador também por 8 e virá:

1.ª fração $\frac{24}{40}$

Raciocinando-se do mesmo modo conclui-se que a segunda fração será:

$$\frac{21}{24}$$

31) Determinar uma fração equivalente a $\frac{36}{60}$, cuja soma dos têrmos seja 32.

Sempre que tivermos uma fração devemos *simplificá-la*, isto é, *torná-la irredutível*. Assim sendo, a fração dada se tornará igual a $\frac{3}{5}$, cujos têrmos somados dão 8.

Como o problema quer que a soma dêles seja 32, é bastante multiplicar a soma $32 \div 8$ ou seja 4, que é o mesmo que multiplicar os têrmos da fração por 4, para obtermos:

$$\frac{12}{20}$$

32) Escreva uma fração equivalente a $\frac{36}{54}$, cuja diferença dos têrmos seja 15.

Procedendo-se como no exemplo anterior, vê-se que a fração dada é equivalente a $\frac{2}{3}$

A diferença de seus têrmos é $3 - 2 = 1$. Como queremos que a diferença seja 15, basta multiplicar os têrmos da diferença (3 e 2) por 15 para termos o valor desejado e a fração

$$\frac{30}{45}$$

33) Achar uma fração igual a $\frac{45}{117}$ cujo denominador seja 39.

A fração $\frac{45}{117}$ tornada irredutível é: $\frac{5}{13}$.

Como o problema pede que o denominador da fração procurada seja 39, trata-se de achar um número que multiplicado por 13 dê 39 e em seguida multiplicar o numerador 5 pelo mesmo número, para que a fração não se altere.

O número procurado será pois $39 \div 13 = 3$ e a fração pedida $\frac{15}{39}$.

34) Determinar o número que se deve tirar do denominador da fração $\frac{39}{42}$ para torná-la seis vêzes maior.

Para tornarmos um número seis vêzes maior, é bastante multiplicá-lo por 6. Então: para tornarmos a fração $\frac{39}{42}$ seis vêzes maior, devemos multiplicá-la por 6 e teremos

$$\frac{39}{42} \times 6$$

Para que a solução se torne *evidente* em lugar de multiplicarmos 39 por 6 faremos a simplificação do multiplicador 6 com o denominador 42 e acharemos a fração:

$$\frac{39}{7}$$

Considerando que a fração dada era $\frac{39}{42}$ e que a fração seis vêzes maior é $\frac{39}{7}$, constatamos que entre as duas existe apenas uma diferença entre os denominadores de:

$$42 - 7 = 35.$$

Foi bastante tirar 35 do denominador da fração dada para que ela se tornasse seis vêzes maior.

35) Calcular o número que se deve tirar do numerador da fração $\frac{65}{73}$ para torná-la 13 vêzes menor.

Para tornarmos um número 13 vêzes menor é bastante dividí-lo por 13, razão pela qual devemos dividir por 13 a fração dada.

Teremos:

$$\frac{65}{73} \div 13 = \frac{65}{73} \times \frac{1}{13} = \frac{5}{73}$$

Comparando a fração dada $\frac{65}{73}$ e o seu quociente por 13, $\frac{5}{73}$ verificamos fàcilmente que entre as duas existe apenas, uma diferença de 65 — 5, isto é, 60 entre os seus numeradores, sendo portanto 60 a resposta pedida.

36) Três quartos do metro de uma fazenda custa NCr$ 36,00. Quanto custará um metro?

Podemos dizer que a fração $\frac{3}{4}$, é *igual*, isto é, *corresponde* a NCr$ 36.00.

Escreveremos então:

$\frac{3}{4}$ $\xrightarrow{\text{corresponde}}$ NCr 36,00

$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{1}{4}$ $\xrightarrow{\text{corresponde}}$ NCr$ 36,00 $\div$ 3 = NCr$ 12,00

$\frac{1}{4} \times 4 = \frac{4}{4}$ (um metro) $\xrightarrow{\text{corresponde}}$ NCr$ 12, 00 $\times$ 4 = NCr$ 48, 00.

37) Com 12 litros de vinho quantas garrafas de $\frac{2}{3}$ de litro poderão ser cheias?

Se cada garrafa contém $\frac{2}{3}$ de litro, é sinal de que

12 litros $\div \frac{2}{3}$ dará o número de garrafas.

Teremos:

$$12 \div \frac{2}{3} = 12 \times \frac{3}{2} = 18$$

garrafas.

38) Para ladrilhar $\frac{5}{7}$ de um pátio empregaram-se 49.360 ladrilhos. Para ladrilhar $\frac{3}{8}$ do mesmo pátio, quantos ladrilhos serão necessários?

Como no exemplo 36, podemos escrever:

$$\frac{5}{7} \xrightarrow{\text{corresponde}} 49.360$$

$$\frac{1}{7} \xrightarrow{\text{corresponde}} 9.872$$

$$\frac{7}{7} \xrightarrow{\text{corresponde}} 69.104$$

Como $\frac{7}{7} = \frac{8}{8}$ podemos escrever:

$$\frac{8}{8} \xrightarrow{\text{corresponde}} 69.104$$

$$\frac{1}{8} \xrightarrow{\text{corresponde}} 8.638$$

$$\frac{3}{8} \xrightarrow{\text{corresponde}} 25.914$$

39) As laranjas colhidas em um pomar foram depositadas em duas cestas. Os $\frac{5}{7}$ das laranjas são iguais a 15 e foram colocados em uma das cestas.

Os $\frac{3}{13}$ do total de laranjas correspondem a 6 e foram depositados na outra.

Quanto uma tem mais que a outra?

Na 1.ª cesta:

$$\frac{5}{7} \rightarrow 15$$

$$\frac{1}{7} \rightarrow 3$$

$$\frac{7}{7} \rightarrow 21 \text{ laranjas.}$$

Na 2.ª cesta:

$$\frac{3}{13} \rightarrow 6$$

$\frac{1}{13} \rightarrow 2$

$\frac{13}{13} \rightarrow 26$ laranjas.

Diferença:

$26 - 21 = 5$ laranjas.

40) A soma de dois números é 1.700. Um vale $\frac{12}{5}$ do outro.

Quais são êles?

Podemos estabelecer que um número é $\frac{5}{5}$

O outro sendo $\frac{12}{5}$ dêle, será:

$$\frac{12}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{12}{5}$$

Os dois somados

$$\frac{5}{5} + \frac{12}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} 1.700$$

$$\frac{17}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} 1.700$$

$$\frac{1}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} 100$$

$$\frac{5}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} 500$$

$$\frac{12}{5} = 1.200.$$

Os números são 500 e 1.200.

41) Subtraindo-se 8 da metade de um número resta $\frac{1}{3}$ do número. Qual é o seu número?

A diferença entre a metade e a têrça parte do número é 8. Então:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

Finalmente

$$\frac{1}{6} \xrightarrow{\text{corresponde}} 8$$

$$\text{o número } \frac{6}{6} \xrightarrow{\text{corresponde}} 48$$

42) Uma pessoa gastou $\frac{4}{7}$ de seus haveres e ficou com $\frac{1}{3}$ dêles mais NCr$ 16,40. Quanto tinha? +

De início a pessoa tinha $\frac{7}{7}$.

Tendo gasto $\frac{4}{7}$, ficou com 7:

$$\frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

Êsses $\frac{3}{7}$, de acôrdo com o enunciado do problema, é o que sobrou dos gastos, isto é $\frac{1}{3}$ + NCr\$ 16,40

Se de $\frac{3}{7}$ (total da sobra), subtrairmos $\frac{1}{3}$, a fração resultante corresponderá aos NCr\$ 16,40.

Então:

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{3} = \frac{9 - 7}{21} = \frac{2}{21}$$

Teremos então:

$$\frac{2}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 16{,}40$$

$$\frac{1}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 8{,}20$$

$$\frac{21}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 172{,}20.$$

43) Em um ginásio $\frac{2}{3}$ dos alunos são meninas. O número de meninos é 215. Qual o total de estudantes?

Ginasial — 1969

Se $\frac{2}{3}$ é constituído de meninas é evidente que os meninos são:

$$\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$ e como o seu número é 215, teremos:

$$\frac{1}{3} \longrightarrow 215$$

$$\frac{3}{3} \longrightarrow 645$$

44) Uma pessoa gasta $\frac{4}{5}$ do ordenado mais NCr\$ 140,00 Se economizar NCr\$ 580,00, quanto percebe?

Se só gastasse $\frac{4}{5}$, sua economia seria NCr\$ 140, 00 + NCr\$ 580, 00 = NCr\$ 720, 00 que corresponderia a

$$\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

Então:

$$\frac{1}{5} \longrightarrow 720{,}00 \text{ e}$$

$$\frac{5}{5} \longrightarrow 3.600{,}00$$

45) Três operários fazem um trabalho em 4 dias; o primeiro e o segundo sendo capazes de fazê-lo sòzinhos em

9 e 12 dias, respectivamente, pergunta-se o número de dias que o terceiro levará sòzinho, para executar o trabalho.

Se os três operários trabalhando em conjunto concluem o serviço em 4 dias, é porque realizam por dia $\frac{1}{4}$ do trabalho.

Do mesmo modo conclui-se que os trabalhos diários do primeiro e segundo são representados por $\frac{1}{9}$ e $\frac{1}{12}$, respectivamente.

Então o primeiro e o segundo juntos, realizam por dia:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{7}{36}$$

O trabalho diário dos três operários sendo $\frac{1}{4}$, como vimos, do serviço, segue-se que o trabalho diário do terceiro será:

$$\frac{1}{4} - \frac{7}{36} = \frac{1}{18}$$

Teremos então:

$\frac{1}{18}$ Do trabalho ⟶ em 1 dia

$\frac{18}{18}$ (trabalho todo) ⟶ em 18 dias.

46) Uma pessoa gasta $\frac{3}{5}$ do seu ordenado com despesas de casa e $\frac{1}{4}$ do resto com despesas pessoais. Sua economia mensal é de NCr$ 30,00 Qual o ordenado?

Gastando $\frac{3}{5}$ do ordenado, sobram $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} =$

$= \frac{2}{5}$

Dêsses $\frac{2}{5}$ gasta $\frac{1}{4}$, isto é,

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{10} \text{ com despesas pessoais.}$$

Então gastou *ao todo:*

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6 + 1}{10} = \frac{7}{10}$$

Dissemos que seu ordenado era $\frac{5}{5}$ mas também podia ser $\frac{10}{10}$.

Então depois dos gastos de $\frac{7}{10}$, sobraram:

$$\frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10},$$ que orcresponde à parte economizada.

Então:

$\frac{3}{10} \xrightarrow{\text{corresponde}}$ NCr$ 30, 00

$\frac{1}{10} \xrightarrow{\text{corresponde}}$ NCr$ 10, 00

$\frac{10}{10} \xrightarrow{\text{corresponde}}$ NCr$ 100, 00

47) Certa quantia foi repartida entre três pessoas. A primeira recebeu $\frac{2}{3}$ da quantia mais NCr$ 5,00. A segunda, $\frac{1}{5}$ mais NCr$ 12,00.

Tendo a terceira recebido o restante no valor de NCr$ 15,00, quanto recebeu cada pessoa?

Se a primeira pessoa não houvesse recebido os NCr$ 5, 00 além dos $\frac{2}{3}$ da quantia e a segunda não ganhasse NCr$ 12, 00 além do $\frac{1}{5}$ que recebeu, naturalmente que a terceira pessoa receberia:

NCr$ 15, 00 + NCr$ 5, 00 + NCr$ 12, 00 = NCr$ 32, 00

Nessas condições as duas primeiras teriam recebido: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$ da quantia total, cabendo à terceira, que recebeu o restante:

$\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$ da quantia distribuída, correspondente a NCr$ 32, 00.

Teríamos então:

$\frac{2}{15} \longrightarrow$ NCr$ 32, 00

$\frac{1}{15} \longrightarrow$ NCr$ 16, 00

$\frac{15}{15} \longrightarrow$ NCr$ 240, 00

Sendo a quantia total NCr$ 240,00 e a distribuição tendo sido feita de acôrdo com o enunciado do problema, as importâncias distribuídas foram:

1.ª pessoa: $\frac{2}{3}$ × NCr$ 240, 00 + NCr$ 5, 00 = = NCr$ 165, 00.

2.ª pessoa: $\frac{1}{5}$ × NCr$ 240,00 + NCr$ 12,00 = = NCr$ 60, 00.

3.ª pessoa: Como disse o problema NCr$ 15.00.

48) Dividir 480 laranjas por três pessoas, de tal sorte que as partes da primeira e da segunda sejam respectivamente $\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{5}$ do que recebeu a terceira.

Podemos escrever:

Parte da 1.ª — $\frac{1}{3}$ da 3.ª

Parte da 2.ª — $\frac{4}{5}$ da 3.ª

Se conhecessemos a parte da 3.ª teríamos a fração da primeira e segunda partes.

Estabeleçamos um valor para a parte da terceira, que poderá ser $\frac{3}{3}$

Então:

Parte da 1.ª — $\frac{1}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$

Parte da 2.ª — $\frac{4}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{4}{5}$

Parte da 3.ª — $\frac{3}{3}$

A soma delas deve dar o número total das laranjas distribuídas, isto é, 480

Então:

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{4} + \frac{3}{3} = \frac{5 + 12 + 15}{15} = \frac{32}{15}$$

E como das outras vêzes:

$\frac{32}{15} \longrightarrow 480$

$\frac{1}{15} \longrightarrow 15$

$\frac{15}{15} \longrightarrow 225$ laranjas.

Considerando que $\frac{15}{15} = \frac{3}{3}$, segue-se que a terceira recebeu 225 laranjas.

Então as duas outras receberam respectivamente:

1.ª — $\frac{1}{3} \times 225 =$ 75 laranjas

2.ª — $\frac{4}{5} \times 225 =$ 180 laranjas.

49) Duas pessoas têm juntas NCr$ 246,00. Uma delas gastou $\frac{2}{5}$ e a outra $\frac{3}{7}$ do que possuíam e ficaram com quantias iguais. Quanto possuía cada uma?

A primeira tendo gasto $\frac{2}{5}$, ficou com $\frac{3}{5}$ e a segunda gastando $\frac{3}{7}$ ficou com $\frac{4}{7}$

São essas duas frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{7}$ que se correspondem, isto é, que valem a mesma coisa, quando tomados da quantia de cada um.

Então:

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} \frac{4}{7}$$

$$\frac{1}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} \frac{4}{7} \div 3 = \frac{4}{21}$$

$$\frac{5}{5} \xrightarrow{\text{corresponde}} \frac{4}{21} \times 5 = \frac{20}{21}$$

Considerando que $\frac{5}{5}$ é igual a $\frac{21}{21}$ podemos dizer que as importâncias de ambas expressas em frações são $\frac{21}{21}$ e $\frac{20}{21}$ e que somadas correspondem à importância que ambas possuem juntas.

Então:

$$\frac{21}{21} + \frac{20}{21} = \frac{41}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 246{,}00$$

$$\frac{1}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 6{,}00$$

$$\frac{21}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 126{,}00$$

$$\frac{20}{21} \longrightarrow \text{NCr\$ } 120{,}00$$

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Somar as frações:

a) $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15}$

b) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9} + \frac{8}{9}$

c) $\frac{10}{13} + \frac{11}{13} + \frac{2}{13} + \frac{3}{13}$

Resposta: a) $\frac{13}{15}$; b) $2\frac{1}{9}$; c) 2

2) Somar

a) $8\frac{1}{6} + 9\frac{5}{6}$

b) $3\frac{4}{5} + 7\frac{3}{5} + 1\frac{2}{5}$

c) $\frac{2}{7} + 3\frac{1}{7} + 5\frac{3}{7}$

Resposta: a) 18; b) $12\frac{4}{5}$; c) $8\frac{6}{7}$

3) Efetuar as operações:

a) $\frac{2}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{8} + \frac{3}{14} + \frac{8}{21}$

c) $14\frac{1}{7} + 2\frac{2}{3} + 6\frac{3}{5}$

d) $5 + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + 8 + 1\frac{3}{5} + 4\frac{7}{9}$

Resposta: a) $1\frac{5}{42}$; b) $\frac{163}{168}$; c) $23\frac{43}{105}$; d) $20\frac{143}{180}$

4) Subtrair:

a) $\frac{7}{9} - \frac{3}{9}$

b) $\frac{15}{4} - \frac{9}{4} - \frac{1}{4}$

c) $\frac{8}{15} - \frac{7}{15} - \frac{1}{15}$

Resposta: a) $\frac{4}{9}$; b) $1\frac{1}{4}$; c) zero.

5) Subtrair:

a) $23\frac{3}{7} - 15\frac{6}{7}$

b) $9\frac{5}{6} - 4\frac{5}{6} - 3$

c) $4\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5}$

d) $5\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2}$

Resposta: a) $7\frac{4}{7}$; b) 2; c) $2\frac{4}{5}$; d) $1\frac{5}{6}$

6) Subtrair:

a) $4 - \frac{1}{2}$

b) $5 - \frac{2}{5}$

c) $7 - \frac{3}{4}$

d) $8 - \frac{4}{5}$

Resposta: a) $3\frac{1}{2}$; b) $4\frac{3}{5}$; c) $6\frac{1}{4}$; d) $7\frac{1}{5}$

7) Efetuar as subtrações:

a) $9\frac{3}{7} - 5 - 2\frac{3}{8}$

b) $9\frac{1}{9} - 3 - 1\frac{7}{8}$

c) $8 + \frac{3}{4} - 6 - \frac{1}{4}$

d) $4\frac{5}{7} - \frac{3}{14} \times \frac{8}{9}$

Colégio Pedro II — 1968

Resposta: a) $2\frac{3}{56}$; b) $4\frac{17}{22}$; c) $2\frac{1}{2}$; d) $4\frac{11}{21}$

8) Subtrair:

a) $\frac{29}{4} - 5$

b) $\frac{18}{7} - 2$

c) $\frac{15}{8} - 1$

Resposta: a) $2\frac{1}{4}$; b) $\frac{4}{7}$; c) $\frac{7}{8}$

9) Efetuar as multiplicações:

a) $15\frac{4}{9} \times 2\frac{1}{4} \times 1\frac{3}{5}$

b) $\frac{8}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{8}$

c) $\frac{10}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{6}{4}$

Resposta: a) $55\frac{3}{5}$; b) $\frac{1}{24}$; c) 2

10) Efetuar operações:

a) $5 \times \frac{4}{15} \times 2\frac{3}{16}$

b) $18 \times \left(\frac{3}{8} + \frac{8}{9} + \frac{5}{6}\right)$

c) $\frac{8}{5} \times \frac{9}{4} \times 15\frac{4}{9}$

Resposta: a) $2\frac{11}{12}$; b) $37\frac{1}{2}$; c) $55\frac{3}{5}$

11) Efetuar as operações:

a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{8}\right) \times 1\frac{1}{5} + \frac{1}{8}$.

b) $\left(4 - \frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{10}{12} - \frac{22}{36}\right) - \frac{10}{18}$

Resposta: a) $1\frac{19}{25}$; b) $\frac{11}{63}$

12) Dividir:

a) $\frac{21}{23} \div \frac{7}{17}$

b) $\frac{10}{13} \div \frac{20}{31}$

c) $\frac{3}{5} \div \frac{6}{7}$

Resposta: a) $2\frac{5}{23}$; b) $1\frac{5}{26}$; c) $\frac{7}{10}$

13) Efetuar as divisões:

a) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}\right) \div \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3}\right)$

b) $\left(\frac{5}{12} + \frac{7}{15} + \frac{3}{20}\right) \div \left(\frac{11}{20} - \frac{13}{30}\right)$

c) $7\frac{2}{11} \div \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right)$

d) $3\frac{2}{5} \div \left(2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5}\right)$

Resposta: a) $\frac{47}{79}$; b) $8\frac{6}{7}$; c) $5\frac{5}{11}$; d) $\frac{21}{25}$

14) Efetuar:

a) $\frac{8}{9} \div 2$

b) $\frac{13}{7} \div 5$

c) $4\frac{3}{4} \div 5$

d) $2\frac{4}{5} \div 1\frac{5}{6}$

e) $9\frac{11}{13} \div 12$

f) $21 \div \frac{5}{8}$

g) $\frac{14}{23} \div 7$

h) $10 \div \frac{3}{5}$

i) $6 \div \frac{6}{7}$

j) $21 \div 5\frac{2}{3}$

k) $6\frac{4}{7} \div 2\frac{1}{2}$

Resposta: a) $\frac{4}{9}$; b) $\frac{13}{35}$; c) $\frac{19}{20}$; d) $1\frac{29}{55}$; e) $\frac{32}{39}$; f) $33\frac{3}{5}$; g) $\frac{2}{23}$; h) $16\frac{2}{3}$; i) 7; j) $3\frac{12}{17}$; k) $2\frac{22}{35}$.

15) Efetuar:

a) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{5}{6} \div \frac{7}{12} - 1\frac{19}{28}$

b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5}$

c) $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{11}{60} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{9}{25}$

d) $1\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{6} + \frac{2}{9} \times 17\frac{3}{5}$

e) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)$

f) $\frac{2}{9} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) \div 13 \times 1\frac{7}{9}$

g) $\frac{3}{5} + 5 \div 2\frac{2}{9}$

h) $\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) + 1\frac{1}{3} - \left[\left(5 + \frac{1}{8} - 3\frac{7}{8}\right) \times \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \div 1\frac{1}{2}\right]$

i) $\frac{1}{5} + \frac{5}{4} \times \frac{8}{3} - \frac{3}{4} \div \frac{9}{2}$

Liceu Nilo Peçanha — 1962

Resposta: a) 0; b) 1; c) $4\frac{17}{20}$; d) $4\frac{4}{9}$; e) 5; f) $\frac{7}{72}$; g) $2\frac{17}{20}$ h) 0; i) $3\frac{11}{30}$

16) Efetuar:

a) $\left(\frac{3\frac{1}{3}}{7} + \frac{2}{10\frac{1}{2}} - \frac{5}{18} \times \frac{4}{7}\right) \times 1\frac{3}{4}$

b) $\left[\left(4\frac{1}{15} + 3\frac{2}{5}\right) \div \left(3\frac{2}{3} - 2\frac{8}{9}\right)\right] \div \left[\left(3\frac{1}{7} \times 3\frac{1}{5}\right) \div 2\frac{3}{4} \times 2\frac{3}{7})\right]$

c) $\dfrac{\dfrac{4}{15}}{2\dfrac{1}{2}} \div \dfrac{3\dfrac{1}{5}}{2\dfrac{2}{3}}$

d) $\dfrac{2}{5\dfrac{3}{5}} \times \dfrac{2\dfrac{1}{7}}{3\dfrac{1}{5}} \div \dfrac{\dfrac{8}{4}}{\dfrac{3}{5}}$

e) $1 + \dfrac{1}{2\dfrac{1}{3}}$

Resposta: a) $\dfrac{8}{9}$; b) $\dfrac{51}{8}$; c) $\dfrac{4}{45}$; d) $\dfrac{75}{392}$;

e) $1\dfrac{3}{7}$

17) Resolver:

$$\frac{2\dfrac{1}{3} + 1}{4\dfrac{5}{9} - 2} \times 46$$

Resposta: 60 — *Colégio Militar — 1967*

18) a) $\left[40 \div \left[6 + 30 \div 5 \times 2 - 4 \times \left[\dfrac{24 \times 36 \times 21}{42 \times 9 \times 12} - 1 \right] \right] \right] \times 216$

Colégio Militar 1967

b) $1\dfrac{1}{3} + 2 \times 3\dfrac{2}{3}$

Ginasial — 1967

Resposta: a) 40; b) $8\dfrac{2}{3}$

19) Reduza a expressão mais simples:

$$\frac{2\dfrac{1}{3} \times 3 \times \dfrac{1}{2}}{8 - \dfrac{1}{2}}$$

Resposta: $\dfrac{7}{15}$ — *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

20) Resolva:

$$5 \times \{ 120 - [(3 \times 50 - 400 \div 4) \times 2] \} - 100$$

Resposta: 0 — *Liceu Nilo Peçanha — 1967*

21) Escrever em ordem crescente as frações (reduzindo-as ao mesmo denominador):

a) $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{13}$ e $\frac{8}{11}$

b) $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{9}$ e $\frac{3}{10}$

c) $\frac{7}{10}$ e $\frac{9}{7}$

d) $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{18}$

e) $\frac{11}{36}$, $\frac{7}{24}$ e $\frac{17}{63}$

f) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{4}$

Resposta: a) $\frac{7}{13}$, $\frac{8}{11}$ e $\frac{8}{9}$

b) $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{8}$ e $\frac{11}{9}$

c) $\frac{7}{10}$ e $\frac{9}{7}$

d) $\frac{7}{18}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{5}{12}$

e) $\frac{17}{63}$, $\frac{7}{24}$ e $\frac{11}{36}$

f) $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{7}{4}$

22) Mário percorreu $\frac{2}{7}$ de uma estrada; Pedro $\frac{2}{5}$ e Antônio $\frac{3}{4}$. Quem está mais próximo do fim da estrada?

Resposta: Antônio. *Liceu Nilo Peçanha — 1967*

23) Tem-se as frações $\frac{11}{20}$, $\frac{7}{15}$ e $\frac{5}{12}$ Dizer: a) qual a mais próxima da unidade? b) Escreva-as em ordem crescente de grandeza.

Resposta: a) $\frac{11}{20}$; b) $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$ e $\frac{11}{20}$

Colégio Pedro II — 1968

24) Escrever em ordem de grandeza decrescente as frações

a) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{18}$ e $\frac{7}{10}$

c) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{15}$ e $\frac{7}{12}$

d) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{12}$ e $\frac{5}{6}$

Reduzindo-as ao mesmo numerador:

Resposta: a) $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{18}$

c) $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{15}$ e $\frac{1}{3}$

d) $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{12}$ e $\frac{1}{3}$

25) Reduza os números 29, 37, 41 e 23 a sétimos.

Resposta $\frac{203}{7}$; $\frac{259}{7}$; $\frac{287}{7}$ e $\frac{161}{7}$

26) Escreva o inverso de:

$4\frac{4}{9}$, 16, $\frac{120}{37}$ e $\frac{1}{7}$

Resposta: $\frac{9}{40}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{37}{120}$ e 7

27) Complete as igualdades:

a) $\frac{*}{5} = 15$

b) $\frac{*}{36} = 256$

c) $75 = \frac{1050}{*}$

d) $28 = \frac{196}{*}$

e) $36 = \frac{180}{*}$

Resposta: 75; b) 9.216; c) 14; e. 5

28) Substitua os asteriscos pelos seus valôres nas seguintes frações:

a) $\frac{1}{5} = \frac{4}{*}$

b) $\frac{2}{6} = \frac{8}{*}$

c) $\frac{8}{12} = \frac{*}{6}$

d) $\frac{78}{104} = \frac{3}{*}$

Resposta: a) 20; b) 24; c) 4; d) 4

29) Escreva a fração cujo numerador seja 51 e que tenha para valor 17.

Resposta: $\frac{51}{3}$

30) Calcular:

a) $\frac{3}{7}$ de 28

b) $\frac{3}{4}$ de 32

c) $\frac{4}{5}$ de $\frac{7}{8}$ de 240

Resposta: a) 12; b) 24; c) 168.

31) Escreva duas frações equivalentes a $\frac{2}{9}$ e $\frac{4}{5}$ tais, que o denominador da primeira seja igual ao numerador da segunda.

Resposta: $\frac{8}{36}$ e $\frac{36}{45}$

32) Determinar duas frações equivalentes a $\frac{3}{5}$ e $\frac{7}{8}$, de modo que o numerador da primeira seja o triplo do denominador da segunda

Resposta: $\frac{72}{120}$ e $\frac{21}{24}$

33) Quais as frações equivalentes a $\frac{4}{7}$ e $\frac{3}{11}$, tais que o denominador da primeira seja igual ao numerador da segunda?

Resposta: $\frac{12}{21}$ e $\frac{21}{77}$ *Colégio Militar — 1967*

34) Dê a fração equivalente a $\frac{8}{11}$ com numerador 88.

Resposta: $\frac{88}{121}$ *Ginasial — 1967*

35) Escreva a fração equivalente a $\frac{9}{15}$ cuja soma dos têrmos seja 48.

Resposta: $\frac{18}{30}$

36) Escreva a fração equivalente a $\frac{18}{23}$, cuja soma dos têrmos seja 123.

Resposta: $\frac{54}{69}$

37) Escreva a fração equivalente a $\frac{9}{15}$, cuja diferença dos seus têrmos seja 12.

Resposta: $\frac{18}{30}$

38) Escreva a fração equivalente a $\frac{11}{15}$, cuja diferença de seus têrmos seja 16.

Resposta: $\frac{44}{60}$

39) Achar uma fração igual a $\frac{180}{468}$, cujo denominador seja 91.

Resposta: $\frac{35}{91}$

40) Achar uma fração igual a $\frac{6}{8}$, cujo denominador seja 36.

Resposta: $\frac{27}{36}$

41) Calcular o número que se deve tirar do denominador da fração $\frac{13}{45}$ para torná-la cinco vêzes maior.

Resposta: 36

42) Calcular o número que se deve tirar do denominador da fração $\frac{15}{28}$ para torná-la sete vêzes maior.

Resposta: 24

43) Calcular o número que se deve tirar do numerador da fração $\frac{35}{91}$ para torná-la sete vêzes menor.

Resposta: 30

44) Calcular o número que se deve tirar do numerador da fração $\frac{45}{131}$ para torná-la 15 vêzes menor.

Resposta: 42

45) Os $\frac{2}{3}$ de uma peça de fazenda custa NCr$ 480,00. Quanto custará a peça tôda?

Resposta: NCr$ 720,00

46) Para despachar $\frac{3}{5}$ de uma colheita de laranjas, empregaram-se 12 caixotes. Quantos caixotes teriam sido necessários para despachar tôda a colheita?

Resposta: 20 *Colégio Pedro II — 1968*

47) Qual o número cujos $\frac{4}{5}$ aumentado de $\frac{1}{3}$ e diminuído de $\frac{3}{4}$ é igual a 115?

Resposta: ~~540~~ 300

48) Qual o número cujos $\frac{4}{7}$ aumentados de $\frac{1}{4}$ e diminuído de $\frac{3}{14}$, é igual a 17?

Resposta: 28

49) Um reservatório cheio dágua contém 24 litros. Quantos litros conterão $\frac{5}{6}$ do reservatório?

Resposta: 20

50) Qual o número cujos $\frac{3}{5}$ valem 39?

Resposta: 65

51) Distribuem-se $3\frac{1}{2}$ quilos de açúcar entre vários pobres. Cada um recebeu $\frac{1}{4}$ de quilo Quantos foram os pobres beneficiados?

Resposta: 14

52) A quarta parte dos $\frac{4}{7}$ de um número é 17. Qual é o número?

Resposta: 119

53) Os $\frac{3}{4}$ de uma peça de fazenda custam NCr$ 12,00. Quanto custará a metade da peça?

Resposta: NCr$ 8,00

54) Os $\frac{4}{7}$ de um terreno foi adquirido por NCr$ 5.960,00. Quanto teria pago se adquirissem $\frac{4}{5}$ do mesmo terreno?

Resposta: NCr$ 8.344,00

55) Os $\frac{3}{8}$ do piso de uma sala foram ladrilhados com 360 ladrilhos. Quantos ladrilhos serão necessários para ladrilhar os $\frac{2}{3}$ do piso?

Resposta: 640 *Ginasial — 1967*

56) Sabendo-se que $5\frac{1}{2}$ peças de fazenda custaram NCr$ 7.634,00. Qual será o preço de apenas $\frac{5}{8}$ da peça?

Resposta: NCr$ 867,50

57) A soma de dois números é 128. O primeiro vale $\frac{3}{5}$ do segundo. Achar os dois números.

Resposta: 48 e 80

58) A soma de dois números é 595 e um dêles é igual a $\frac{12}{5}$ do outro. Achar os dois números.

Resposta: 175 e 420

59) Se dos $\frac{2}{3}$ de um número subtrairmos $\frac{3}{7}$ do mesmo número, sobram 45. Qual é o número-

Resposta: 189

60) Somando-se 25 a um número, o resultado representa $\frac{3}{2}$ do mesmo número. Qual é o número?

Resposta: 50

61) Subtraindo-se 150 unidades d eum certo número obtém-se $\frac{13}{18}$ dêsse número. Qual é o número?

Resposta: 540

62) Uma pessoa fêz compras no valor de $\frac{1}{2}$, depois $\frac{3}{4}$ e por fim $\frac{5}{12}$ do que possuía. Ficam devendo NCr$ 5,00. Quanto tinha?

Resposta: NCr$ 7,50

63) Na resolução de um problema, um aluno empregou $\frac{1}{3}$ do tempo concedido para pensar; $\frac{2}{9}$ para resolvê-lo e $\frac{5}{18}$ para corrigi-lo e passar a limpo. Tendo gasto apenas 20 minutos, pergunta-se: Com que antecedência concluiu o problema?

Resposta: 4 minutos *Colégio Militar — 1967*

64) Em um ginásio $\frac{2}{3}$ dos alunos são meninas. O número de meninos é 315. Qual o total de estudantes?

Resposta: 945 *Ginasial — 1967*

65) Uma pessoa gasta $\frac{3}{7}$ do seu ordenado mais NCr$ 200,00. Se economiza NCr$ 600,00, quanto recebe por mês?

Resposta: NCr$ 1.400,00

66) Uma torneira enche um tanque em 2 horas e outra em 3 horas. Estando o tanque vazio, em quantas horas as duas juntas o encherão?

Resposta: $1 \frac{1}{5}$ horas

67) Uma torneira enche um reservatório em $\frac{1}{9}$ do dia e uma outra o esvazia em $\frac{1}{7}$ do dia. Abertas no mesmo instante, no fim de quanto tempo o tanque ficará cheio?

Resposta: $\frac{1}{2}$ dia

68) Dois operários podem fazer uma obra em 6 dias. Um dêles sòzinho, seria capaz de realizá-la em 8 dias. Quantos dias levará o outro para fazer a mesma obra?

Resposta: 24 dias

69) Um operário faz um trabalho em 6 horas. Juntamente com outro seria capaz de fazer os $\frac{3}{4}$ do trabalho em 3 horas. Em quanto tempo o segundo operário seria capaz de fazer $\frac{3}{5}$ do mesmo trabalho?

Resposta: $7 \frac{1}{5}$ horas

70) Uma herança foi distribuída entre quatro irmãos. Ao primeiro coube $\frac{2}{3}$; ao segundo os $\frac{3}{4}$ do resto; ao terceiro $\frac{1}{33}$ da soma das partes dos dois primeiros e ao quarto NCr$ 20.000,00. Qual a parte de cada um dos herdeiros?

Resposta: NCr$ 240.000,00; NCr$ 90.000,00; NCr$ 10.000,00

71) Um negociante vendeu a um freguês $\frac{2}{3}$ das maçãs que possuía e mais 3; a um segundo vendeu $\frac{1}{4}$ das que possuía. Quantas maçãs tinha o negociante, sabendo-se que o primeiro freguês recebeu mais 38 maçãs do que o segundo?

Resposta: 84

72) Uma peça de fazenda foi dividida entre três pessoas. A primeira ficou com $\frac{2}{5}$ da peça e mais 4 metros. A segunda com $\frac{1}{3}$ da peça e mais 5 metros. A terceira com os 7 metros restantes. Quantos metros recebeu cada pessoa?

Resposta: 28 m; 25 m e 7 m

73) Dividiu-se uma quantia por três pessoas. A primeira recebeu $\frac{3}{5}$ da quantia menos NCr$ 140,00; a segunda $\frac{1}{4}$ mais NCr$ 25,00 e a terceira NCr$ 1.900,00. Qual era a quantia?

Resposta: NCr$ 11.900,00

74) A quantia de NCr$ 680,00 foi dividida entre três pessoas. A primeira e a terceira receberam, respectivamente, $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ da importância recebida pela segunda. Quanto recebeu cada uma?

Resposta: NCr$ 128,00; NCr$ 320,00; NCr$ 240,00

75) Dividir 671 maçãs entre três pessoas de modo que a primeira receba $\frac{2}{5}$ do que couber à segunda e a segunda receba $\frac{3}{8}$ do que tocar à terceira.

Resposta: 66; 165 e 440

76) Gilda comprou no ano passado uma casa por NCr$ 12.000,00. Há um mês, vendeu a casa, obtendo um

lucro igual à quarta parte do prêço da compra. Qual o prêço da venda?

Resposta: NCr$ 14.400,00 *Ginasial 1967*

77) Margarida e Eduardo têm juntos NCr$ 123,00. Margarida gastou $\frac{2}{5}$ do seu dinheiro e Eduardo os $\frac{3}{7}$ do seu, ficando com quantias iguais. Quanto possuía Eduardo?

Resposta: NCr$ 63,00 *I.E. C. Dutra — 1968*

78) Das frações próprias cuja soma dos têrmos é 53, escreva: a) a maior; b) a menor.

Resposta: $\frac{26}{27}$ e $\frac{1}{52}$

Colégio Pedro II — 1968

79) Dados as frações $\frac{15}{16}$; $\frac{9}{20}$ e $\frac{6}{7}$, divida cada uma delas por 2 e escreva os resultados em frações com os mesmos numeradores.

Resposta: $\frac{45}{96}$, $\frac{45}{200}$ e $\frac{45}{105}$

Colégio Pedro II — 1968

80) Iniciei uma viagem de 1210 km, sendo $\frac{7}{11}$ de avião; $\frac{2}{5}$ do resto de automóvel; $\frac{3}{8}$ do nôvo resto de trem. O restante fiz a cavalo. Quanto fiz a cavalo?

Resposta: 165 km. *Liceu Nilo Peçanha — 1968*

81) A soma de dois números é 380. Calculá-los, sabendose que os $\frac{2}{3}$ de um equivale aos $\frac{3}{5}$ do outro.

Resposta: 200 e 180

82) Adicionando-se à maior fração imprópria de denominador 3 compreendida entre 2 e 3, o quíntuplo do seu numerador, quanto obteremos?

Resposta: $\frac{128}{3} = 42\frac{2}{3}$

Colégio Militar — 1968

NÚMEROS DECIMAIS

Chama-se *fração decimal* tôda fração cujo denominador é uma potência de dez.

Exemplos:

$$\frac{19}{10},\ \frac{137}{100},\ \frac{3819}{1.000},\ \frac{207}{10.000}\ \text{etc.}$$

Essas *frações decimais*, correspondem aos *números decimais:*

1,9; 1,37; 3,819 e 0,.0207;

quociente das divisões dos numeradores das frações decimais dadas pelos respectivos denominadores.

O algarismo que fica à esquerda da vírgula é a *parte inteira;* os algarismos que aparecem depois da vírgula, chamam-se *algarismos decimais* e o seu conjunto, a *parte decimal*.

Com os números decimais podemos fazer as mesmas operações que fazemos com os números inteiros. Podemos também combiná-los, através das operações correntes, com números inteiros, como mostraremos adiante.

Os *números decimais,* contudo, não provêm apenas das *frações decimais*.

Qualquer *fração ordinária* cujo numerador for dividido pelo denominador (a fração indica uma divisão do numerador pelo denominador), gera um número decimal, que *pode* ou *não* representar exatamente a fração ordinária de origem

No primeiro caso, efetuada a divisão, chega-se a um *resto nulo*, depois de obtido um certo número de *algarismos decimais* no quociente e por isso o *número decimal* obtido representa exatamente a *fração ordinária* considerada. Assim teremos os *números decimais exatos* ou *dízimas finitas.*

Os números decimais escritos acima, representam *exatamente* as frações decimais citados como exemplo e são lidos:

1,9 — um inteiro e nove décimos.

1,37 — um inteiro e trinta e sete centésimos.

3,819 — três inteiros e oitocentos e dezenove milésimos.

0,0207 — duzentos e sete décimos milésimos

O primeiro algarismo depois da vírgula representa *décimos;* o segundo representa *centésimso;* o terceiro indica os *milésimos;* o *quarto* é o dos *décimos milésimos;* o *quinto* é o *centésimo de milionésimos;* o *sexto* é dos *milionésimos* e assim sucessivamente.

Na fração $\frac{13}{4}$, por exemplo, teremos:

```
13 | 4
   +-----
10   3,25
 20
  0
```

Como se vê, no quociente encontrado apareceram duas casas decimais, isto é, 25 centésimos e o resto foi nulo.

Dizemos então que a fração $\frac{13}{4}$ tem o *mesmo valor* que o número decmal 3,25 (três inteiros e vinte e cinco centésimos).

No caso das frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{11}$ não é conseguido um resto nulo, pois

1.º

```
1000 | 3
     +------
 10    0,333...
 --
  10
  --
   1
   -
```

2.º

```
50 000 | 11
       +------
  60     0,4545...
  --
   50
   ==
    60
    --
     5
     =
```

Com a primeira fração ($\frac{1}{3}$) os algarismos do quociente são o algarismo 3 repetidos indefinidamente, por mais que se prolongue a divisão, pois o resto é *sempre* o mesmo.

Com a segunda fração o quociente é constituído dos algarismos 4 e 5 que se sucedem sempre na mesma ordem, uma vez que os restos encontrados são sempre 6 ou 5 como se vê.

Nos dois casos temos uma *dízima periódica simples,* por mais que continuemos a divisão.

O quociente obtido em tais casos, pode entretanto, ser de duas naturezas, isto é: os *algarismos decimais do*

quociente são *iguais* ou quando *diferentes*, passam a se repetir a partir de um dêles, obedecendo sempre a mesma ordem ou seqüência.

Teremos, nesse caso, uma *dízima periódica simples*. O algarismo decimal ou *grupo de algarismos decimais* que se repete, obedecendo à seqüência acima referida, é o que se chama *período da dízima periódica simples*.

Vejamos os dois casos, empregando as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{11}$, por exemplo.

Fazendo as divisões, teremos:

com um algarismo no período ($\underline{3}$), no caso da fração $\frac{1}{3}$

e com *dois algarismos no período* (45), no caso de $\frac{5}{11}$

As dízimas periódicas simples podem ser representadas:

$0{,}3333\ldots$ ou $0{,}(3)$ ou $0{,}\overline{3}$ ou $0{,}\dot{3}$

$0{,}454545\ldots$ ou $0{,}(45)$ ou $0{,}\overline{45}$ ou $0{,}\dot{4}\dot{5}$

No caso da dízima ter parte inteira, a maneira de representá-la é a mesma.

Assim, se tivermos a dízima periódica simples:

$3{,}471471471\ldots$ poderemos representá-la também:

$3{,}(471)$ ou $3{,}\overline{471}$ ou $3{,}\dot{4}\dot{7}\dot{1}$

Em outros casos, a repetição acima referida, só começa a ocorrer, depois do aparecimento de um ou vários algarismos decimais, que, uma vez aparecidos no quociente, não mais se reproduzem a partir de um instante.

Teremos então o que se chama *uma dízima periódica composta*

O algarismo ou grupo de algarismos que aparece de início no quociente e depois não figuram mais nêle, é a parte *não periódica* ou o *anti-período* da dízima periódica composta e os que se repetem numa mesma seqüência constante, como no caso da dízima periódica simples, é o *período* ou a *parte periódica* da dízima.

Vejamos por exemplo as frações: $\frac{7}{30}$ e $\frac{23}{12}$

Fazendo as divisões, vem:

```
70 000 | 30
100      0, 2 333...
 100
  10
  10
```

```
230000 | 12
110      1, 9166...
 20
 80
  80
   8
```

Com a primeira fração $\frac{7}{30}$, o algarismo 2 do quociente *aparece* mas não se repete. É a *parte não periódica* ou o *anti-período*. Por outro lado o algarismo 3 se repete indefinidamente. É o *período da dízima periódica composta*.

Com a segunda fração, o quociente mostra a parte inteira do decimal e que é um. A parte decimal apresenta os algarismos 9 e 1 que depois são sucedidos indefinidamente pelo algarismo 6.

Como no caso anterior, 91 é a *parte não periódica* ou o *anti-período* e o 6, a parte periódica, isto é, o *período*.

As dízimas periódicas compostas podem ser representados:

$0,2333\ldots$ ou $0,2(3)$ ou $0,2\overline{3}$ ou $0,2\dot{3}$

$1,91666\ldots$ ou $1,91(6)$ ou $1,91\overline{6}$ ou $1,91\dot{6}$

A divisão não se processando exatamente, os quocientes obtidos, quer representem dízimas periódicas simples, quer compostas, não correspondem, exatamente à fração considerada.

Quanto maior fôr o número de algarismos decimais do quociente, mais êle se aproximará do *verdadeiro* valor da fração, sem entretanto atingí-lo; daí a possibilidade de obtê-lo com *maior* ou *menor* aproximação, isto é, com maior ou menor número de casas decimais.

Por isso, quando se deseja transformar uma fração ordinária em um número decimal com 5 casas decimais, por exemplo, acrescenta-se à direita do numerador da fração, 5 zeros e divide-se o número assim formado pelo denominador da fração como fizemos por ocasião das divisões apresentadas antes.

Assim se quisermos transformar a fração ordinária $\frac{5}{7}$, em número decimal com quatro (4) algarismos decimais procederíamos como se segue:

$$\frac{5}{7} \text{ ou } \frac{50\,000}{7} = 0,714.2$$

Tal resultado, como dissemos, não é *exatamente* igual a $\frac{5}{7}$ porque a divisão não se faz *exatamente* por mais que a prolonguemos. Dizemos, entretanto, que o, 714. 2 é o número decimal correspondente à fração $\frac{5}{7}$, com êrro *menor* que *um décimo milésimo, por falta*, como diríamos que 0, 714. 3 é o número decimal correspondente à fração $\frac{5}{7}$ com êrro *menor* que *um décimo milésimo* (0, 000. 1) por excesso.

Vimos assim que: *tôda fração ordinária gera um número decimal*, que tanto pode ser uma *dízima finita* ou *decimal exato; dízima periódica simples ou dízima periódica composta*.

Não é preciso porém, efetuarmos a divisão do numerador pelo denominador de uma fração, para sabermos a natureza do decimal em que ela se converterá, mesmo porque, *em certos casos*, a conclusão procurada seria demorada, por serem muitos os algarismos que figurariam no quociente, antes que à sua repetição começasse a ocorrer.

Por isso, quando desejamos saber a natureza do número decimal que será obtido com a divisão do numerador da fração por seu denominador, inicialmente *devemos obrigatòriamente tornar a fração irredutível* e em seguida decompor em fatôres primos o seu *denominador*.

Feito isto, poderão ocorrer três casos:

1.°) Na decomposição do denominador em fatôres primos, só apareceram os fatôres primos 2 e 5, ou sòmente 2, ou apenas 5.

Concluiremos então, *sem precisar efetuar a citada divisão,* que a fração se transformará em *dízima finita ou decimal exato.*

Seja a fração $\frac{27}{12}$ que depois de tornada irredutível é equivalente a $\frac{9}{4}$

Decompondo 4 em fatôres primos vem: $4 = 2^2$

Concluiremos então que a fração $\frac{27}{12}$ quando transformada em decimal se converte em *decimal exato* ou *dízima finita.*

O número de algarismos da parte decimal é o da maior unidade das potências de 2 ou 5 que figurar na decomposição do denominador.

Então a fração $\frac{27}{12}$ se transforma em *decimal exato* ou *dízima finita* com *duas casas na parte decimal.*

Se a fração fôsse $\frac{7}{200}$, como $200 = 2^3 \times 5^2$ concluímos que ela se converterá em *decimal exata* com *três casas decimais,* porque dos expoentes de 2 e 5 que apareceram na decomposição de 200, o maior é o do fator primo 2, que é 3, enquanto que o do fator 5 é 2

2.°) Na decomposição do denominador em fatôres primos, só aparecem fatôres primos diferentes de 2 e de 5.

Concluiremos então, *sem precisar* efetuar a divisão, que a fração se transformará em uma *dízima periódica simples.*

Seja a fração $\frac{26}{42}$ que depois de *simplificada,* passa a ser $\frac{13}{21}$

O denominador, decomposto em fatôres primos é: $21 = 3 \times 7$, não possuindo fatôres primos 2 e 5.

Trata-se então de uma *dízima periódica simples,* o decimal gerado pela fração $\frac{26}{42}$.

3.°) Na decomposição do denominador, da fração, em fatôres primos, aparecem os fatôres primos: 2 e outros que são 5; 5 e outros que são 2 ou 2, 5 e outros.

Concluiremos então tratar-se de uma dízima periódica composta, com tantas *casas decimais na* parte não periódica quantas fôrem as unidades da *maior das portências de 2 ou de 5* que figurar na decomposição do denominador.

Figuremos o caso da fração $\frac{11}{150}$, já *irredutível.*

Como $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ concluiremos que a fração dada gerará uma *dízima periódica composta* com *duas casas* no *anti-período* ou *parte não periódica,* porque dos fatôres 2 e 5 que apareceram na decomposição de seu denominador, o fator 5 está

elevado ao quadrado (potência 2), sendo o seu expoente maior que o do fator dois (expoente 1).

Assim como a simples observação do *denominador* da fração ordinária irredutível permite, de um modo rápido, concluir a natureza do decimal por ela (fração) gerado, assim também, mediante as regras que se seguem, poderemos proceder de modo inverso, isto é, achar a fração *ordinária* que gerou o *número decimal* considerado.

A simples maneira pela qual o *número decimal* se nos apresenta escrito, indica a *natureza da dízima* a ser convertida em fração.

Tais regras serão enunciadas por ocasião da apresentação dos exercícios resolvidos da espécie.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Efetuar a soma:

12,52 + 123,435 + 7,8

Para somar decimais escrevem-se os números a somar, uns debaixo dos outros, de modo que as partes inteiras (se existirem) figurem com as ordens do mesmo nome, umas debaixo das outras. Isto implica em ficarem as vírgulas na mesma linha vertical.

A seguir somam-se como se fôssem números inteiros e coloca-se na soma, a vírgula na mesma linha vertical em que figura nas parcelas.

Assim:

$$\begin{array}{r} 12,52 \\ 123,435 \\ 7,8 \\ \hline 143,755 \end{array}$$

2) Somar

15 + 0, 039 + 1, 18

Como no exemplo anterior, teremos:

$$\begin{array}{r} 15 \\ 0,039 \\ 1,18 \\ \hline 16,219 \end{array}$$

3) Subtrair:

17, 5 — 0, 000.087

Para efetuar a subtração de decimais, procede-se no que diz respeito à arrumação do minuendo e subtraendo, como se procedeu com as parcelas da soma. A seguir subtrai-se como se fôssem números inteiros A vírgula da diferença entre os números fica na mesma vertical que as vírgulas do minuendo e subtraendo.

Assim:

$$\begin{array}{r} 17,500\,000 \\ 0,000\,087 \\ \hline 17,499\,913 \end{array}$$

Como vimos, para facilidade do aluno, as casas decimais de 17, 5 foram completadas com cinco zeros para que houvesse correspondência das casas do minuendo com as do subtraendo.

O mesmo poderá ser feito quando tratar-se da soma, embora não sendo necessário em qualquer dos casos.

4) Subtrair de 6, 327, quatro inteiros

Depois do que foi dito, teremos:

$$\begin{array}{r} 6,327 \\ 4,000 \\ \hline 2,327 \end{array}$$

5) Multiplicar 3, 471 por 12.

Para multiplicar números decimais, procede-se como em casos de número inteiros o separam-se no produto tantas casas, *a partir da direita* quantos fôrem as do multiplicando e multiplicador, somadas.

Então:

```
    3, 471
    × 12
  --------
    6 942
   3 471
  --------
   41, 652
```

Foram separadas três casas no produto porque o multiplicando tem três casas decimais e o multiplicador nenhuma, sendo assim 3, o número de casas dos fatôres (multiplicando e multiplicador).

6) Multiplicar 14, 015 por 3,19.

Depois do que foi dito, vem:

```
     14, 015
     × 3,19
   ---------
     126 135
     140 15
    420 45
   ---------
    44, 70785
```

Foram separadas cinco casas no produto a contar da direita para à esquerda porque o multiplicando tem três casas decimais e o multiplicador duas casas decimais, sendo o total $3 + 2 = 5$.

7) Dividir 15, 039 por 12. (Decimal por inteiro).

Para dividir decimal por inteiro ou inteiro por decimal ou decimal por decimal, começamos igualando as casas decimais do dividendo e do divisor, acrescentando zeros se fôr necessário ao que tiver menos casas decimais, de modo a igualá-las, depois do que retiramos a vírgula do dividendo, ou do divisor ou de ambos, conforme o caso, efetua-se a divisão como se fôssem números inteiros.

```
15, 039 | 12          (inicialmente)

15, 039 | 12, 000     (igualando as casas)

15 039  | 12 000      (retiradas as vírgulas)
3 039     1
```

Encontramos o quociente 1 e o resto 3 039, que na realidade é 3, 039. Para continuarmos a divisão uma vez que não existe nenhum outro algarismo no dividendo, coloca-se uma vírgula no quociente, depois de 1, no caso do exemplo e acrescenta-se um zero à direita do resto e colocamos o segundo algarismo no quociente. Para continuarmos a divisão repetiremos a colocação de outro zero no segundo resto e assim sucessivamente até obtermos o número de casas decimais desejadas, no quociente.

Assim teremos:

```
  15 039  | 12 000
 .3 0390    1,253
  .63 900
  .39 000
   .3 000
```

Os zeros grifados (0) foram os acrescentados para continuar a divisão que foi prolongada até a terceira casa decimal.

Aproveitemos a oportunidade para mostrar como se sabe o resto encontrado, que *aparentemente* é 3.000

A *prova real da divisão é feita,* como vimos, multiplicando-se o divisor pelo quociente e somando-se ao produto o resto. Se a operação estiver certa, o resultado será igual ao dividendo, que, *convém não esquecer, é 15,039* e o divisor 12. Então:

quociente	⟶	1,253
divisor	⟶	12
		2506
		1253
Produto	⟶	15,36

Ao produto deve ser somado o resto para acharmos o dividendo

Então:

$$15,036 + \text{Resto} = 15,039$$

Então:

$$\text{Resto} = 15,039 - 15,036 = 0,003 \text{ (três milésimos)}$$

8) Dividir 1,539 por 4

Depois do que dissemos, vem:

1,539	4,000

ou

1 539	4 000

Como o dividendo é menor que o divisor, a divisão não pode ser feita. Colocamos então zero no quociente seguido

de vírgula e acrescenta-se tantos zeros necessários para efetuar a operação A seguir prossegue-se como no exemplo anterior.

Assim:

```
15 390  | 4000
        |----------
3 3900    0,38475
 19 000
  30 000
   20 000
    0 000
```

Neste exemplo a divisão acabou se fazendo exatamente, depois de encontrar no quociente 5 casas decimais

9) Dividir 7 por 8,45

Depois do que foi dito nos exemplos (7) e (8), efetuaremos a divisão sem repetir as fases assinaladas naqueles exercícios.

Teremos:

```
7,000  | 8,45
       |----------
         0,828402
 2 400
  7 100
   3 400
    2 000
     310
```

A colocação de um zero não permitiu a divisão. Colocou-se um zero no quociente e outro no resto para que fôsse possível prosseguí-la

10) Dividir 5 por 0,32

Teremos:

```
5 00  | 0, 32
      ---------
1 80    15, 625
 2 00
  0 80
   1 60
     00
```

11) Dividir 20, 457 por 11, 3

Como já foi dito:

```
20, 457   | 11, 300
          ----------
·9 1570     1, 8103
 .1 1700
  . .40 000
      .6 100
```

O resto é: 0, 00061.

12) Dividir 0, 0382 por 1, 5

Como já foi feito das outras vêzes:

```
0, 0382  | 1, 5

0, 0382  | 1, 5000     ou

38 200   | ,15 000
 .8 2000   0, 0254
   . 70000
     10 000
```

NOTA: nos diferentes exemplos apresentados, o zero grifado (0) representa os zeros acrescentados nos restos para prosseguir a divisão.

13) Converter em decimal a fração ordinária $\frac{5}{6}$

Como dissemos anteriormente, é bastante dividir o numerador pelo denominador da fração, com tantas casas no quociente quantas desejamos, desde que a divisão não se faça exatamente.

Teremos então:

```
50 | 6
   ------
20   0,833
20
 2
```

14) Converter em decimal o número misto $10 \frac{11}{20}$

De início teremos:

$$10 \frac{11}{20} = \frac{211}{20} \text{ e depois}$$

$$\begin{array}{r|l} 211 & 20 \\ \hline .110 & 10,55 \\ 100 & \\ 00 & \end{array} \quad \text{(divisão exata)}$$

15) Converter em fração ordinária o decimal 0, 73

Pelo modo que foi escrito o decimal, concluiremos tratar-se de um decimal exato ou *dízima finita* e que se lê: setenta e três centésimos

Então:

$$0,73 = \frac{73}{100}$$

Como vemos, o decimal é igual a uma fração, que tem para numerador a parte decimal e para denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantos fôrem as casas decimais.

16) Converter em fração ordinária o decimal 1, 4

O decimal representa: um inteiro e quatro décimos. Depois da regra dada no exemplo anterior teremos:

$$1,4 = 1 + \frac{4}{10} = 1 \frac{4}{10} =$$

$$= \frac{10 \times 1 + 4}{10} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

depois de simplificada a fração $\frac{14}{10}$ e extraídos os inteiros da fração $\frac{7}{5}$.

17) Converter em fração ordinária irredutível o decimal 1, 875.

Problema idêntico aos anteriores que iremos resolver de outro modo, isto é, colocando-se sôbre o traço de fração o número dado, *sem a vírgula*, (numerador da fração) sob o traço, a unidade seguida de tantos zeros quantos fôrem as casas decimais do número (no caso em questão, três).

Assim sendo:

$$1,875 = \frac{1875}{1000} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}, \quad \text{depois}$$

de simplificar e extrair os inteiros.

18) Converter em fração ordinária irredutível o decimal $0,\overline{4}$

Pelo modo como está escrito o decimal, verificamos tratar-se de uma *dízima periódica simples*, cujo período é 4. Para transformá-la em fração ordinária, isto é, para determinar a sua *fração* geratriz, colocaremos o período (4) *como numerador* de uma fração que terá para denominador, tantos algarismos 9 quantos fôrem os algarismos do período (um, no caso).

Teremos então:

$$0,\overline{4} = 0,(4) = 0,\dot{4} = 0,444\ldots = \frac{4}{9}$$

19) Converter em fração ordinária irredutível, o decimal 0, (431).

De acôrdo com o que foi dito no exemplo anterior, teremos:

$$0,(431) = 0,\overline{431} = 0,\dot{4}\dot{3}\dot{1} = 0,431\,431\ldots = \frac{431}{999}$$

20) O mesmo problema com relação ao número 3, (12)

Pelo que foi feito no problema 16 podemos escrever:

$$3,(12) = 3,\overline{12} = 3,\dot{1}\dot{2} = 3,12\,12\ldots = 3 + 0,12\,12\ldots = 3 + \frac{12}{99} = \frac{99 \times 3 + 12}{99} = \frac{297 + 12}{99} = \frac{309}{99} = \frac{103}{33} = 3\,\frac{4}{33}$$

Convém salientar que o processo empregado na resolução do exercício 17 não pode ser empregado quando se trata de dízima periódica com a mesma simplicidade.

21) Calcular a fração geratriz do decimal 0, 3 (47). Trata-se de uma dízima periódica composta, cuja parte não periódica (anti-período) é 3 e cujo período é 47.

Sua fração geratriz tem para *numerador* a parte não periódica acompanhada do período, e do ncmero assim formado subtraída a parte não periódica.

Para *denominador*, tantos algarismos 9 quantos fôrem os algarismos do período, seguidos de tantos zeros quantos fôrem os algarismos da parte não periódica.

Sendo assim:

$$0,3\,(47) = 0,3\overline{47} = 0,3\dot{4}\dot{7} = 0,3\,474747\ldots = \frac{347 - 3}{990} = \frac{344}{990} = \frac{172}{495},$$ depois de tornada irredutível a fração.

22) Calcular a fração geratriz do decimal $2,8\overline{64}$

Como de outras vêzes podemos escrever:

$2,8\overline{64} = 2 + 0,8\overline{64}$ e como a segunda parcela indica uma dízima periódica composta, podemos escrever:

$$2 + \frac{864 - 8}{990} = 2 + \frac{856}{990} = 2 + \frac{482}{495},$$

depois de simplificar a fração.

23) Calcular a fração geratriz do decimal 1, 0 (13)

Como no exemplo anterior, teremos:

$$1 + 0,0\,(13) = 1 + \frac{013 - 0}{990} = 1 + \frac{13}{990}$$

24) Resolver a expressão:

$$\left(0,1 + \frac{2}{10}\right) \times 0,333\ldots \times \frac{72}{8} - \frac{5}{10}$$

Transformemos os decimais em frações ordinárias.

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

$$0,333\ldots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Teremos então a expressão dad asob o seguinte aspecto:

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{2}{10}\right)\times\frac{1}{3}\times\frac{72}{8}-\frac{5}{10} \quad \text{ou}$$

$$\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}\times 9-\frac{5}{10}=\frac{9}{10}-$$

$$-\frac{5}{10}=\frac{4}{10}=0,4$$

25) Calcular o valor da expressão:

$$\frac{0,77\ldots\times 1,2}{1,55\ldots\times 1,44}+\frac{3,4\div 5}{\frac{2}{3}\div\frac{9}{18}}$$

Procedendo-se como da vez anterior:

$$0,77\ldots=\frac{7}{9}$$

$$1,2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

$$1,55\ldots=1+\frac{5}{9}=\frac{14}{9}$$

$$1,44=\frac{144}{100}=\frac{36}{25}$$

$$3,4=\frac{34}{10}=\frac{17}{5}$$

Então a expressão será:

$$\frac{\frac{7}{9}\times\frac{6}{5}}{\frac{14}{9}\times\frac{36}{25}}+\frac{\frac{17}{5}\div 5}{\frac{2}{3}\div\frac{9}{18}} \quad \text{ou}$$

$$\frac{\frac{42}{45}}{\frac{504}{225}}+\frac{\frac{17}{5}\times\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}\times\frac{18}{9}} \quad \text{ou}$$

$$\frac{\frac{14}{15}}{\frac{56}{25}}+\frac{\frac{17}{25}}{\frac{4}{3}}=\frac{14}{15}\div\frac{56}{25}+$$

$$+\frac{17}{25}\div\frac{4}{3}=\frac{14}{15}\times\frac{25}{56}+\frac{17}{25}\times$$

$$\times\frac{3}{4}=\frac{5}{12}+\frac{51}{100}=\frac{125+153}{300}=$$

$$=\frac{278}{300}=\frac{139}{150}$$

26) Um aluno enganou-se na escolha dos têrmos de uma divisão. Considerando o dividendo como divisor, achou para o quociente 0,658. Qual era o verdadeiro quociente?

O engano do aluno levou-o a achar um quociente inverso do que deveria ter achado. Por conseguinte para reparar o seu engano êle deverá achar o inverso do quociente encontrado, ou seja $\frac{1}{0,658}$.

Assim:

```
1000 | 0, 658
     |________
3420    1, 519.7
1300
 6420
  4980
   374
```

O quociente exato é então 1, 519.7

27) Dizer sem converter, a natureza das dízimas:

$$\frac{7}{12};\ \frac{15}{40}\ e\ \frac{8}{21}$$

Como já foi dito é bastante tornar as frações irredutíveis e em seguida decompor em fatôres primos seus denominadores.

Assim a primeira:

$$\frac{7}{12} = \frac{7}{2^2 \times 3}$$

De acôrdo com a regra dada a fração se transforma em *uma dízima periódica composta* com *dois* algarismos no *anti-período*.

A fração:

$\frac{15}{40} = \frac{3}{8} = \frac{3}{2^3}$ e também, de acôrdo com o que foi dito anteriormente ela gerará uma *dízima finita* ou *decimal exato*, com três casas decimais.

A fração:

$\frac{8}{21} = \frac{8}{3 \times 7}$ e também já foi explicado que em tais casos trata-se de uma *dízima periódica simples*.

28) Os 0, 5 da idade de um homem são 20 anos. Seu filho tem 0, 10 da sua idade. Quantos anos tem o filho?

Basta transformarmos os números decimais em frações ordinárias para recairmos em problemas de frações, resolvidos em outra ocasião.

Assim:

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Então teremos:

$\frac{1}{2}$ da idade do pai ⟶ 20 anos

a idade do pai $\frac{2}{2}$ ⟶ 40 anos.

Se seu filho tem $0,10 = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ da idade do pai, basta calcular $\frac{1}{10}$ da idade do pai, (40 anos) para se ter:

$$\frac{1}{10} \times 40 = 4 \text{ anos (idade do filho).}$$

29) Quem gastar 0, 125 de uma fortuna; depois gastar 0, 45; tornar a gastar 0, 2 e ainda ficar com NCr$ 9,00, quanto tem?

Os gastos somados foram de:

0, 125 + 0, 45 + 0, 2 = 0, 775

Considerando que seu dinhiero era 1, ainda firam com 1 — 0, 775 = 0, 225

Então:

$0,225 \longrightarrow$ NCr\$ 9, 00 ou

$\frac{225}{1000} \longrightarrow$ NCr\$ 9, 00 ou

$\frac{1}{1000} \longrightarrow \frac{9,00}{225}$ ou

$\frac{1000}{1000} \longrightarrow \frac{9\,000,00}{225} =$ NCr\$ 40,00

Poderíamos chegar ao mesmo resultado se dividíssemos NCr$ 9, 00 por 0, 225.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Efetuar as operações:

a) 7, 8 + 5, 004 + 18, 3
b) 3, 04 + 0, 6 + 8, 06 + 6, 4
c) 35, 0045 + 0, 985.4 + 0, 010.1

Resposta: a) 31,104; b) 18,1; c 36

2) Efetuar as operações:

a) 17, 2 — 5, 47
b) 9 — 2, 005
c) 0, 06 + 0, 012 — 0, 0075
d) 48, 01 — 8, 04 — 9, 89
e) 715, 004 — 306, 45 + 2, 006 — 410, 5
f) (43, 81 — 18, 715) — (15, 08 — 9, 32)
g) (38 — 17,3) — (47, 83 — 28)
h) 50, 005 + 20, 05 — 0, 8

Resposta: a) 11, 75; b) 6, 995; c) 0, 0645; d) 30, 08; e) 0, 06; f) 19, 335; g) 0, 87; h) 69, 255.

3) Efetuar:

a) 3, 5 × 4, 136
b) 5, 0007 × 3, 2
c) 15, 32 × 6, 8 + 1, 25
d) (23, 4 — 22, 006) × (32, 16 — 31, 22)
e) 3 (1, 732 — 1, 414.2) — 0, 87
f) 23, 1 (3, 481 — 3, 381) + 15, 4
g) 5, 45 × 10 — (38, 3 — 27, 18) × 2
h) $(5 - 1,5 \times \frac{2}{3}) \times 0,2$
i) 14, 7 × 0, 5

Ginasial — 1968

Resposta: a) 14, 476; b) 16, 002.54; c) 130, 22; d) 1, 310.36; e) 0, 083.4; f) 17, 71; g) 32, 26; h) 0, 8; i) 7, 35

4) Efetuar:

a) $439 \div 0,0025$
b) $5 \div 4,95$
c) $34,27 \div 23$
d) $73,89 \div 45$
e) $0,384 \div 4$
f) $749,65 \div 38$
g) $8,447 \div 0,24$
h) $0,14 \div 0,5$
i) $4,7 \div 78,543$
j) $0,001.26 \div 0,003$
k) $54,3 \div 0,03$

Ginasial — 1968

Resposta: a) 175,600; b) 1,010; c) 1,49; d) 1,642; e) 0,096; f) 19,72; g) 35,19; h) 0,28; i) 0,059; j) 0,42; k) 1,810

5) Efetuar:

a) $12,005 - 0,006 \div 4 + 0,5 \times 0,3$
b) $0,05 \times 0,04 + 8 \div 0,002 - 0,9 \div 30$
c) $17,4 \times 0,25 - 0,016 \div 8 + 0,000.5 \times 4 - 0,7 \times 0,5$
d) $3,2 - 0,04 \div 0,2 + 3 \times 0,5$

Resposta: a) 12,153.5; b) 3,999.972; c) 4; d) 4,5

6) Dividir 8,04 por 7 prolongando a divisão até quatro casas decimais no quociente. Em seguida dê o valor do resto.

Resposta: 1,148.5 — quociente

0,000.5 — resto

7) Preencha a lacuna:

$$6,003.6 + \ldots - \frac{24,8}{10} = 3,523.6$$

Resposta: 0

Colégio Militar — 1967

8) Qual o resultado da expressão:

$$\frac{7 - 0,5}{4 + 2,5} \div \frac{7}{3} \;?$$

Resposta: $\frac{3}{7}$

Ginasial — 1967

9) Calcule o valor da expressão seguinte, escrevendo o seu resultado sob a forma de número decimal:

$$3,07 - 0,07 \times 2 + \frac{9}{2} - 0,387$$

Resposta: 7,043 *I.E. e C. Dutra — 1968*

10) Calcule:

$$\text{a) } 10 - \left(0,2727\ldots + \frac{18}{11}\right) - 3 \times 2$$

$$\left(\frac{2}{15} + \frac{9}{20}\right) \div 7 \div 0,45 \div 9 + \frac{1}{3} \times 2$$

Resposta: a) 0 (zero); b) $2\frac{1}{3}$

Colégio Pedro II — 1968

11) Preencha as lacunas:

a) $4,503 + * = 13,04$
b) $* - 5,879 = 1,111$
c) $4 \times 0,01 - 0,003 \div * = 0,01$
d) $30,007 - * = 19,5$
e) $* \div 0,008 = 4$
f) $96 \div * = 600$
g) $\dfrac{2}{5} \div 0,5 - * = 0,77$
h) $2934 \div * = 2,934$
i) $1,967 \times * \div 1.967$
j) $\dfrac{3,06 \div *}{3} = 17$

Resposta: a) 8, 537; b) 6, 99; c) 0, 1; d) 10, 507; e) 0, 032; f) 0, 64; g) 0, 03; h) 0, 001; i) 1.000; j) 0, 06

12) Complete as igualdades escrevendo no lugar das letras o número que satisfaz cada uma respectivamente:

a) $1.964 = 360,8 \times a + 160$
b) $1.126,90 = b \times 187,8 + 0,10$
c) $b \times 2,16 + 1,816 = 2,68$
d) $a \times 421 = 42,10$
e) $0,648 = 26 \times 0,024 + b$
f) $\dfrac{a \div 0,4}{0,1} = 102,7$

Resposta: a) 5; b) 6; c) 0, 4; d) 0, 10; e) 0, 024; f) 4, 108

13) Converter em decimal as frações ordniárias:

a) $\dfrac{14}{30}$; b) $\dfrac{46}{24}$; c) $\dfrac{15}{18}$ e d) $\dfrac{15}{8}$

Resposta: a) 0, 46; b) 1, 91 (6); c) 0, 83; d) 1, 875

14) Converter em decimal as frações:

$\dfrac{9}{20}$; $\dfrac{7}{15}$; $\dfrac{5}{12}$; $\dfrac{8}{21}$; $\dfrac{71}{80}$ e $\dfrac{7}{9}$

Resposta: 0,45; 0, 4666...; 0, 41 (6); 0, (380952); 0, 0875 e $0,\overline{7}$

15) Converter em decimal os números mixtos:

$2\dfrac{7}{15}$; $5\dfrac{5}{6}$; $1\dfrac{5}{12}$ e $3\dfrac{7}{9}$

Resposta: 2, 4 (6); $5,8\overline{3}$; 1, 41666...; 3, 777...

16) Converter em fração ordinária o decimal 0, 4 7575...

Resposta: $\dfrac{471}{990}$ *Liceu Nilo Peçanha — 1967*

17) Converter em fração ordinária os decimais:

7, 3; 9, 47; 19, 211 e 0, 4739

Resposta: $\dfrac{73}{10}$; $\dfrac{947}{100}$; $\dfrac{19211}{1000}$ e $\dfrac{4739}{10.000}$

18) Converter em frações ordinárias irredutíveis os decimais:

2, 12; 0, 418; 7, 36 e 34, 4512

Resposta: $2\dfrac{3}{25}$; $\dfrac{209}{500}$; $7\dfrac{9}{25}$ e $34\dfrac{282}{625}$

0, 4 (6); 1, 916; 0,8333...; 0, 6 (3); 3, 2 (7)1);

19) Converter em frações ordinárias irredutíveis os decimais:

2, (27); 1, $\overline{5}$; 0, $\overline{7}$; 0, (12); 1, $\overline{873}$

Resposta: $2\frac{3}{11}$; $1\frac{5}{9}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{4}{33}$; $1\frac{97}{111}$

20) Converter em frações ordinárias irredutíveis os decimais:

0, 4 (6); 1, 91$\overline{6}$; 0,8333...; 0, 6 (3); 3, 2 (71);

$\overline{9}$. 165; 2, 34 (5).

Resposta: $\frac{7}{15}$; $\frac{23}{12}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{19}{45}$; $3\frac{269}{990}$;

$\frac{82}{495}$ e $\frac{2111}{900} = 2\frac{311}{900}$

21) Dizer sem efetuar, a natureza dos decimais gerados pelas frações:

a) $\frac{25}{147}$; b) $\frac{9}{20}$; c) $\frac{21}{15}$; d) $\frac{5}{12}$; e) $\frac{8}{14}$; f) $\frac{8}{21}$;

g) $\frac{153}{240}$; h) $\frac{82}{495}$; i) $\frac{311}{900}$; j) $\frac{25}{15}$; k) $\frac{36}{144}$

Resposta:
a) Periódica simples.
b) Decimal exato ou dízima finita.
c) Dízima periódica composta.
d) Dízima periódica composta.
e) Dízima periódica simples.
f) Dízima periódica simples.
g) Dízima finita.
h) Dízima periódica composta.
i) Dízima periódica composta.
j) Dízima periódica simples.
k) Decimal exato.

22) Resolver a expressão

$$\frac{0,75}{0,06} \times \frac{0,3636...}{4,2424...} - \frac{1}{14}$$

Resposta: 1

23) Resolver:

a) 1, 75 ÷ 0, 833... + 0, 09 × 10
b) 3, 411... + 2, 333... ÷ 7 × 0, 333... — 2, 222...

Resposta: a) 3; b) 1, 3

24) Ditribuíram uma garrafa de leite da seguinte maneira: Em uma xícara 0, 25; em outra menor 0, 125 e o resto em 25 canecas iguais. Que quantidade de leite foi posto em cada caneca?

Resposta: 0, 025.

25) Dois irmãos bebem diàriamente 0, 75 e 0, 8 de uma garrafa de leite, por dia. No fim de quantos dias o que bebe mais por dia, terá bebido mais 10 garrafas do leitte que o outro?

Resposta: 200 dias.

26) Quem pagou 0,15 de sua dívida por mês, quanto ainda deverá na oitava prestação paga?

Resposta: Não deverá nada. Terá pago 0, 20 a mais.

27) Qual a fração mais simples equivalente a 0, 9166... cujos têrmos têm para m. d. c. 6?

Resposta: $\frac{66}{72}$ *Colégio Pedro II — 1968*

28) A diferença de dois números é 19, 35. Se diminuíssemos cada um dêles de 6 unidades o maior ficaria o quádruplo do menor. Qual o maior dos dois números dados inicialmente?

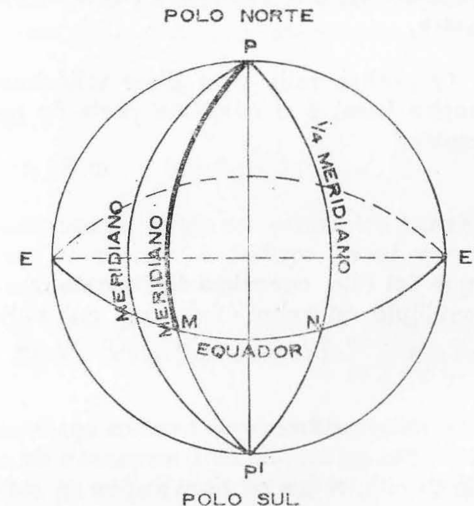
Resposta: 31, 80 *I. E. e C. Dutra — 1968*

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Chama-se *sistema métrico decimal*, um conjunto de unidades de diversas espécies que são todos derivados de *uma unidade principal de comprimento*, chamado *metro* e cujos múltiplos e submúltiplos se obtém multiplicando e dividindo a unidade principal pelas potências de 10.

UNIDADE DO COMPRIMENTO

A unidade principal de comprimento é o *metro* (m), que é igual à décima-milionésima parte do quarto do meridiano terrestre, isto é, a distância do Pólo ao Equador, contada sôbre um meridiano.



MÚLTIPLOS DO METRO

Decâmetro. O prefixo *deca*, quer dizer dez; por isso o *decâmetro* (dam) têm 10 metros.

Hectômetro. O prefixo *hecto*, quer dizer cem; por isso o *hectômetro* (hm) têm 100 metros.

Kilômetro. O prefixo *kilo* quer dizer mil; por isso o *kilômetro* (km) têm 1.000 metros.

Miriâmetro, (em desuso). ..O prefixo *Míria* quer dizer dez mil; por isso o *miriâmetro* (Mm) têm 10.000 metros.

SUBMÚLTIPLOS DO METRO

Decímetro. O prefixo *deci* quer dizer décima parte; por isso o *decímetro* (dm) é a décima parte do metro ou seja 0, 1 do metro.

Centímetro O prefixo *centi* quer dzier centésima parte; por isso o *centímetro* (cm) é a centésima parte do metro ou seja 0, 01 do metro.

Milímetro. O prefixo *mili*, quer dizer milésima parte; por isso o *milímetro* (mm) é a milésima parte do metro ou seja 0, 001 do metro.

CONVERSÃO

Depois do que foi dito, concui-se fàcilmente que a conversão de um múltiplo ou submúltiplo; em submúltiplo ou múltiplo depende apenas de uma multiplicação ou divisão por uma potência de dez

Não obstante, se considerarmos escritos em uma linha horizontal por exemplo, os múltiplos à esquerda do *metro* e os submútiplos à direita, tôdas as conversões se reduzem a

um deslocamento da vírgula para a direita ou esquerda da posição em que (a vírgula) se achar antes da conversão.

Assim, esquematizando o que foi dito:

Mm (desuso) km hm dam m dm cm mm

|———|———|———|———|———|———|———|

Se tivermos:

19, 47 m para converter em milímetros, por exemplo, vemos que a vírgula indicativa, no caso, de *metros* deve andar três casas para à direita. Como depois dela só existem duas casas, teremos que criar outra, o que se faz por intermédio de *acréscimo* de zero e que será a casa dos *milímetros*.

Então:

19, 47 m = 19.470 mm.

Do mesmo modo, se desejássemos converter os 19, 47 m em kilômetros, por exemplo, olhando o esquema acima verifica-se que basta apenas deslocar a vírgula três casas para a esquerda e do mesmo modo será necessário criar uma terceira casa para o *hectômetro* e uma quarta para o *kilômetro*.

Assim:

19, 47 m = 0, 019.47 km.

Quando temos vários comprimentos para somar, subtrair multiplicar ou dividir, é *indispensável* que todos estejam referidos à mesma unidade.

Se tal não acontecer, torna-se necessário *convertê-los todos* e depois somá-los, subtrai-los, multiplicá-los ou dividi-los.

Nos dois primeiros casos o resultado da operação terá o mesmo nome que o das diferentes medidas somadas ou subtraídas. É o que acontece quando desejamos calcular

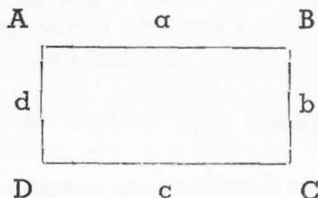
Seu perímetro será representado por $\overline{2p}$ e é igual a:

$$2p = a + a + a + a = 4a \text{ e o}$$

$$\text{Semi-perímetro: } p = \frac{4a}{2} = 2a$$

Retângulo. Figura plana de *quatro lados, iguais dois a dois;* perpendiculares, *como no quadrado,* e tendo os lados *apostos iguais* e *paralelos*.

Na figura:



Os lados *a* e *b; b* e *c; c* e *d* e *a* e *d, são perpendiculares,* Os lados *a* e *c* são *opostos, iguais* e *paralelos*, o mesmo acontecendo com os lados *b* e *d*.

Seu *perímetro* será representado por:

$2p = a + b + c + d$ ou

$2p = a + b + a + b$ ou

$2p = 2a + 2b$

Seu *semi-perímetro* é:

$p = a + b$

Triângulo. Figura plana de *três lados,* que podem ser *iguais* ou *diferentes* ou *ainda dois iguais e um diferente.*

por exemplo *perímetros* ou *semi-perímetro* ou comparar, por *diferença*, dois comprimentos, por exemplo.

Perímetro de uma figura plana é a soma dos lados que a delimitam.

Semi-perímetro é a metade do perímetro.

Figura plana é tôda aquela que pode ser desenhada em um plano.

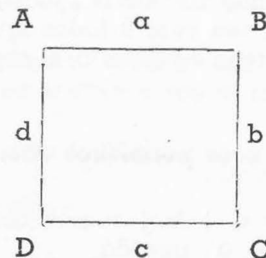
Plano é tôda superfície sôbre a qual pode assentar completamente uma *reta* em tôdas as direções. É gerada (a superfície plana) por uma *linha reta* que se desloca paralelamente a si mesma.

Linha reta é o caminho mais curto entre dois pontos.

Consideraremos apenas as seguintes figuras planas:

Quadrado. Figura plana de *quatro lados iguais, perpendiculares dois a dois* e *paralelas* os *opostos*.

Na figura:



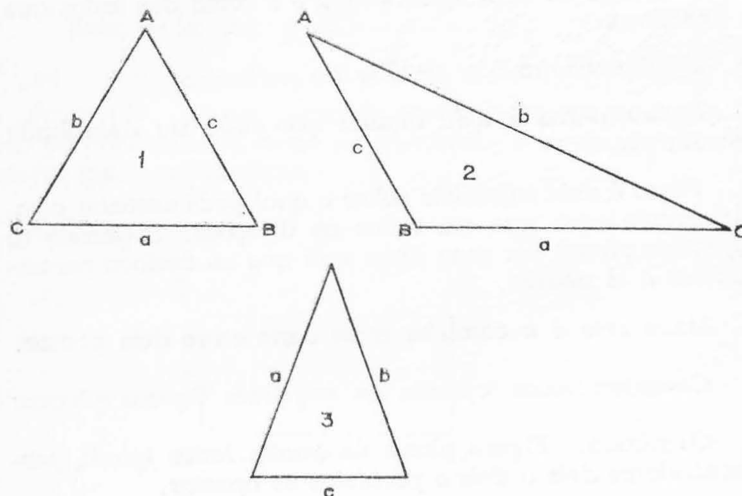
Os lados *a* e *b; b* e *c; c* e *d; a* e *d, são perpendiculares.*

Os lados *a* e *c* e *b* e *d, são opostos* e *paralelos.*

Os lados são todos iguais; por isso:

$a = b = c = d$

Nas figuras:



temos em 1, um triângulo de lados iguais; na 2, um de lados diferentes e na 3, um com 2 lados iguais e um diferente. O primeiro se chama *equilátero;* o segundo *escaleno* e o terceiro *isósceles*

Em todos os casos seus perímetros são:

1.º caso: $2p = a + b + c$, mas como $a = b = c$ teremos $2p = a + a + a$ que dá:

$2p = 3a$ e o *semi-perímetro:*

$$p = \frac{3a}{2}$$

2.º caso: $2p = a + b + c$ e *semi-perímetro:*

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

3.º caso: $b = c$ e portanto: $2p = a + b + c$ ou

$a + 2b$ ou $a + 2c$

$$p = \frac{a + 2b}{2} = \frac{a + 2c}{2}$$

Vejamos alguns exemplos:

Calcular o perímetro de um quadrado que tem 3, 8 cm de lado. Dar o resultado em metros.

Vimos que o perímetro do quadrado é:

$2p = 4a$, sendo a o lado do quadrado.

Então o seu perímetro será:

$2p = 4 \times 3,8$ cm $= 15,2$ cm

Como o resultado deve ser dado em metros, iremos converter 15, 2 cm em metros e depois do que foi mostrado:

15, 2 cm = 0, 152 m

Outro exemplo:

Calcular o perímetro e o semi-perímetro de um retângulo de lados: 15, 3 dam e 149 km, dando a resposta em hectômetros

Devemos converter as dimensões dadas à mesma unidade, que escolheremos o hectômetro, de vez que a resposta deve ser dada em hectômetros.

Teremos:

15, 3 dam = 1, 53 hm e
149 km = 1.490 hm

Vimos que o perímetro do retângulo é:

2p = 2a + 2b; a e b sendo os lados da figura.

Então:

2p = 2 × 1, 53 hm + 2 × 1.490 hm ou
2p = 3, 06 hm + 2.980 hm ou
2p = 2.983, 06 hm.

O semi-perímetro será:

$$p = \frac{2a + 2b}{2}$$

Como já calculamos 2a + 2b = 2.983,06, teremos:

$$p = \frac{2.983,06 \text{ hm}}{2} = 1.492,53 \text{ hm}$$

Finalmente consideremos o caso dos triângulos.

Calcular o perímetro de um triângulo eqüilátero de 4, 5 dm de lado, dando a resposta em decâmetros.

Vimos que o perímetro do triângulo eqüilátero é:

2p = 3a, a sendo o lado do triângulo.

Então:

2p = 3 × 4, 5 dm = 13, 5 dm

Como desejamos o resultado em decâmetros devemos converter 13, 5 dm em decâmetros e pelas razões mostradas, basta mover a vírgula três casas para a esquerda, 0, 135 dam

o que nos obrigou a criar com o auxílio do zero, a terceira casa.

Calcular o semi-perímetro de um triângulo de lados: a = 12 hm; b = 20 km e c = 2.018 dam, dando a resposta em centímetros.

De início vamos converter as dimensões dos lados a centímetros.

Vem:

a = 12 hm = 120.000 cm
b = 20 km = 2.000.000 cm
c = 2.018 dam = 2.018.000 cm

Seu perímetro será:

2p = 120.000 cm + 2.000.000 cm = 2.018.000 cm
ou
2p = 4.138.000 cm

O semi-perímetro será:

$$p = \frac{4.138.000 \text{ cm}}{2} = 2.069.000 \text{ cm}$$

Unidade da superfície

A unidade principal de superfície é o *metro quadrado* (m^2) isto é, a área de um quadrado de um metro de lado.

Seus *múltiplos*, de acôrdo com a significação dos prefixos, dada quando tratamos da unidade de comprimento, são:

Decâmetro quadrado (dam^2 — 100 m^2)
Hectômetro quadrado (hm^2 — 10.000 m^2)
Kilômetro quadrado (km^2 — 1.000.000 m^2)
Miriâmetro quadrado (Mm^2 — 100.000.000 m^2 em desuso).

Os *submúltiplos* do metro quadrado são:

Decímetro quadrado (dm^2 — 0, 01 do m^2)
Centímetro quadrado (cm^2 — 0, 000.1 do m^2)
Milímetro quadrado (mm^2 — 0, 000.001 do m^2)

As conversões podem ser feitas usando-se o mesmo esquema utilizado para o metro, mas o deslocamento da vírgula se fará para a direita ou esquerda, de *duas* em *duas casas*.

Mm^2 | Km^2 | dm^2 | dam^2 | m^2 | dm^2 | cm^2 | mm^2

Se tivermos por exemplo:

1967, 341 m^2 para converter em milímetros quadrados, por exemplo, vemos que a vírgula indicativa, no caso, de *metros quadrados*, deve andar três casas duplas ou sejam seis casas, para a direita. Como depois dela só existem três casas, o que se faz por intermédio do acréscimo de zeros (3 zeros) e que irão: o primeiro para completar a dos centímetros quadrados e os dois últimos a dos milímetros quadrados.

Assim:

1967, 341 m^2 = 1.967.341.000 mm^2

Do mesmo modo se desejassemos converter 1967, 341 m^2 em quilômetros quadrados, por exemplo, olhando-se o esquema acima verifica-se que é bastante deslocar a vírgula da posição em que se encontra, seis casas para a esquerda, para o que é bastante preencher as casas dos hectômetros quadrados, colocando-se dois zeros à esquerda do número e mais a casa dos quilômetros quadrados, que será constituída do zero seguido da vírgula.

1967, 341 m^2 = 0, 001.967.341 km^2

As superfícies medidas pelo metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos também podem ser avaliados pela

unidade agrária *are* (a), que tem para múltiplo o *Hectare* (ha) e para submúltiplo o *centiare* (ca).

Organizado um esquema nos moldes do que foi estabelecido para o metro e o metro quadrado, embora sendo uma *unidade de superfície* o deslocamento da vírgula para a direita ou esquerda se fará como no caso do *metro linear*, isto é, de uma casa em uma casa.

A equivalência entre as medições de qualquer superfície feita em metros quadrados, seus múltiplos e submúltiplos, para as mesmas medições feitas em *unidade agrária*, ou vice-versa, se faz através das relações:

1 hm^2 = 1 ha
1 dam^2 = 1 a
1 m^2 = 1 ca

Como se disse anteriormente, quando temos dois comprimentos para multiplicar, é necessário que as unidades sejam as mesmas e no caso de não serem, é indispensável convertê-las à mesma unidade e o produto delas representará uma superfície.

Assim para calcularmos a área de um quadrado é bastante elevar ao quadrado o comprimento do lado.

Por isso a área de um quadrado de 1, 5 m de lado é:

S = (1, 5 m)^2 = 1, 5m × 1, 5m3

Se quisermos calcular a área de um retângulo de 15 cm de largura por 3, 8 dam de comprimento, teremos que reduzir as dimensões dadas à uma mesma e efetuar o produto delas, uma vez que a *área do retângulo* é igual ao produto dos números que medem a base e a altura, isto é:

S = (1, 5 m)^2 = 1, 5 × 1, 5m = 2, 25m^2

vamente (comprimento e largura).

Então, depois do que foi dito teremos inicialmente, se quisermos obter a área em centímetros quadrados:

3, 8 dam = 3800 cm

Então a área será:

$S = 15 \text{ cm} \times 3800 \text{ cm}$ ou
$S = 57.000 \text{ cm}^2$

Unidade do volume

A unidade principal de volume é o *metro cúbico* (m^3), isto é, o volume de um cubo que tem um metro de aresta.

Os múltiplos do metro cúbico são:

Decâmetro cúbico (dam^3 — 1000 m^3)
Hectômetro cúbico (hm^3 — 1.000.000 m^3)
Quilômetro cúbico (km^3 — 1.000.000.000 m^3)
Miriâmetro cúbico (des.) (Mm^3 — 1.000.000.000.000 m^3)
Os submúltiplos do metro cúbico são:
Decímetro cúbico (dm^3 — 0,001 do m^3)
Centímetro cúbico (cm^3 — 0,000.001 do m^3)
Milímetro cúbico (mm^3 — 0,000.000.001 do m^3)

As conversões podem ser feitas usando-se o mesmo esquema utilizado para o metro, mas o deslocamento da vírgula se fará para a direita ou esquerda de *três* em *três* casas.

Mm^3	Km^3	dm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Se tivermos por exemplo 28953,41 m^3 para convertemos em milímetros cúbicos, por exemplo, vemos que a vírgula indicativa, no caso, de *metros cúbicos*, deve andar três casas triplas, ou sejam nove casas para a direita. Como depois dela só existem duas casas, teremos que criar mais sete casas, o que faremos por meio de acréscimo de zeros (7 zeros) e que irão: o primeiro completar a casa dos decímetros cúbicos; os três seguintes a dos centímetros cúbicos e os três últimos, a dos milímetros cúbicos.

Assim:

$28953,41 \text{ m}^3 = 28.953.410.000.000 \text{ mm}^3$

Do mesmo modo se desejassemos converter 28953,41 m^3 em quilômetros cúbicos, por exemplo, olhando-se o esquema acima, verifica-se que é bastante deslocar a vírgula da posição em que se encontra, para a esquerda nove casas, para o que é bastante completar a casa dos decâmetros cúbicos, com um zero; preencher a casa dos hectômetros cúbicos com três zeros e mais a casa dos quilômetros cúbicos, que será constituída de um zero seguido da vírgula.

Assim:

$28.953,41 \text{ m}^3 = 0,000.028.953.41 \text{ km}^3$

Os volumes medidos pelo metro cúbico, seus múltiplos e submúltiplos também podem ser avaliados pelo *litro* (l), seus *múltiplos* e *submútiplos*, que também é unidade de volume e cujos *múltiplos* são:

Decalitro (dal — 10 litros)
Hectolitro (hl — 100 litros)
Quilolitro (kl — 1.000 litros — em desuso)
Mirialitro (Ml — 10.000 litros — em desuso)

e cujos *submúltiplos* são:

Decilitro (dl — 0,1 do litro)
Centilitro (cl — 0,01 do litro)
Mililitro (ml — 0,.001 do litro)

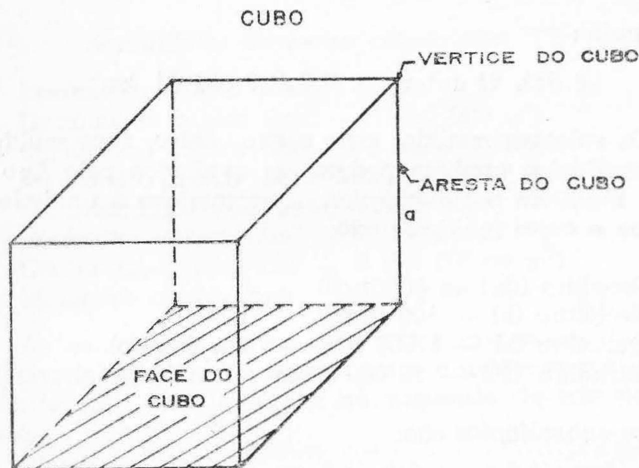
Organizado um esquema nos moldes do que foi estabelecido para o merto; metro quadrado; metro cúbico, embora sendo *unidade de volume*, o deslocamento da vírgula para a direita ou esquerda, se fará como no caso do *metro linear*, isto é, de uma casa em uma casa.

A equivalência entre as medições de qualquer volume feita em metros cúbicos, seus múltiplos e submúltiplos, para as mesmas medições feitas em *litros* ou vice-versa, se faz através da relação:

$1 \text{ litro} = 1 \text{ dm}^3$

Multiplicando-se três comprimentos, *expressos na mesma unidade*, o produto dêles representará um volume em qualquer dos múltiplos ou submúltiplos do metro cúbico.

Assim para calcularmos o volume de um cubo que é um sólido com a forma de um *dado*, é bastante elevar ao cubo o comprimento da aresta do cubo, que são iguais.



O *cubo* tem *seis faces iguais*; tem *doze arestas iguais* e tem *oito vértices*.

Se chamarmos *V* o seu volume, êle será igual a

$V = a^3$, sendo *a* a sua aresta.

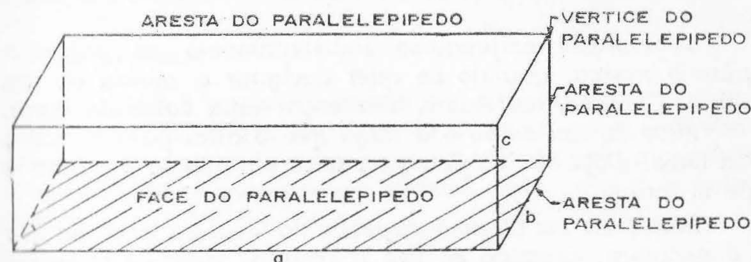
Seja, depois disso calcular o volume de um cubo de 2, 5 cm de aresta, dando a resposta em litros.

Teremos:

$V = (2,5 \text{ cm})^3 = 15,625 \text{ cm}^3$ ou

$0,015.625 \text{ dm}^3 = 0,000.015.625 \text{ m}^3 = 0,015.625$ litros.

Calculemos agora o volume de um *paralelepípedo retângulo*, que é um sólido com a forma de uma *caixa de fósforos*, por exemplo.



O *parelepípedo tem seis faces* iguais; duas a duas, isto é, os opostos são iguais. Tem *doze arestas*, iguais quatro a quatro, isto á, as arestas opostas são iguais.

Tem *oito vértices*.

Seu volume é dado pelo produto, de suas arestas, *a*, *b* e *c* que são: comprimento, largura e altura do paralelepípedo, na figura e por isso, o volume do paralelepípedo é:

$V = a b c$

Posto isto, calculemos o volume de um paralelepípedo cujas arestas são: a = 3, 5 cm; b = 0, 4 m e c = 30, 5 mm, dando a resposta em litros.

Precisamos, como já foi dito, reduzir ou converter as dimensões das arestas à mesma unidade, que poderá ser o centímetro (cm), por exemplo.

Teremos:

a = 3, 5 cm; b = 40 cm e c = 3, 05 cm

Depois disso vem:

$V = a\,b\,c$ ou
$V = 3,5\ cm \times 40\ cm \times 3,05\ cm$ ou
$V = 427\ cm^3 = 0,427\ dm^3 = 0,427$ litros.

Unidades de massa

Usualmente emprega-se indistintamente as palavras *pêso* e *massa*, quando se quer designar a massa de um corpo. Convém, entretanto, diferençar uma caixa da outra.

Pêso de um corpo é a fôrça que o atrai para o centro da terra. Depende do ponto da terra em que se encontra e de si mesmo.

Massa de um corpo, independe do local da terra em que se encontra. Quando se usa a *balança* mede-se a *massa* do corpo.

A operação de medir *a massa do corpo* tem o nome de *pesada do corpo*, daí a razão do uso indistinto das palavras *pêso* e *massa*, muitas vêzes erradamente.

Os múltiplos da *unidade de massa* que é o *quilograma* (kg) são:

Quilograma (kg — 1.000 gramas)

Miriagrama (Mg — 10.000 gramas — em desuso)

Quintal métrico (Qm — 100.000 gramas)

Tonelada métrica (tm — 1.000.000 gramas)

Os submúltiplos são:

Hectograma (hg — 100 gramas)

Decagrama (dag — 10 gramas)

Grama (g — 1 grama)

Decigrama dg — 0,1 do grama)

Centigrama (cg — 0,01 do grama)

Miligrama (mg — 0,001 do grama)

As conversões podem ser feitas usando-se o mesmo esquema empregado para o metro e o deslocamento da vírgula se fará para a direita ou esquerda, *de casa em casa*.

tm	qm	Mg	kg	hg	daj	g	dg	cg	mg

Se tivermos:

2567,8 hg para converter em miligramas, por exemplo, vemos que a vírgula deve se deslocar para a direita, cinco casas e como já existe uma constituída pelo algarismo 8, é bastante acrescentar ao número dado, sem a vírgula, quatro zeros.

Então:

2567,8 hg = 256780000 mg

Do mesmo modo, se desejássemos converter 2567,8 hg em toneladas, o esquema nos diria que é bastante deslocar a vírgula para a esquerda da posição em que se encontra, cinco casas.

Como o número dado só tem quatro algarismos antes da vírgula, será necessário colocar-se um zero à esquerda do número, precedido da vírgula.

Assim:

2567,8 hg = 0,25678 toneladas

Um *grama* (g) é o volume de um centímetro cúbico de água destilada a 4° centígrados e à pressão atmosférica de 760 mm da coluna do mercúrio.

É a 4° centígrados que a água destilada tem o seu menor volume, o que significa que, em tais condições, cabe a maior quantidade possível de água dentro do volume de um centímetro cúbico.

Tratando-se pois, de água destilada, nas condições acima, podemos estabelecer as seguintes relações, que ser-

virão para medir o pêso de diferentes volumes de *água destilada:*

1 cm^3 = 1 g
1 dm^3 = 1 litro = 1 kg
1 m^3 = 1 tonelada

Se o pêso a determinar fôr de qualquer outra substância homogênea que não a água destilada, torna-se necessário conhecer a *massa específica* ou *densidade* da substância homogênea e que é a *relação entre a sua massa* e *a unidade de volume da substância.*

A sua *unidade legal* é o *grama* por centímetro cúbico, que se representa por g/cm^3.

Medidas efetivas

Unidades efetivas são instrumentos que servem efetivamente para a operação de medir.

Assim é que, *para medir comprimentos* encontramos o *metro;* o *meio metro;* o *duplo-decímetro;* o *decímetro;* o *duplo-decâmetro;* o *decâmetro* e o *meio decâmetro,* constituindo os três últimos as *correntes de agrimensor.*

Para medir *capacidades* encontramos: o *hectolitro;* o *meio hectolitro;* o *duplo-decalitro;* o *decalitro;* o *meio-decalitro;* o *duplo-litro;* o *litro;* o *meio litro;* o *duplo decilitro;* o *decilitro;* o *meio decilitro;* o *duplo-centilitro* e o *centilitro.*

Para medir massas, uma série de pêsos de metal (ferro fundido, latão, prata ou platina) com as formas de troncos de pirâmide; cilindros ou simples lâminas de massas diferentes, variando do meio quintal ao miligrama.

Os protótipos do metro e do grama, unidades fundamentais de comprimento e massa, são de platina iridiada e se acham guardados no Pavilhão de Pêsos e Medidas de Breteuil, na França.

Unidade de tempo

A Unidade de tempo é o segundo (s).

Seus múltiplos são:

O minuto; a hora e o dia.

Não tem subdivisões com designação própria e por isso se tivermos, por exemplo, 0,2 segundos ou 0,03 segundos, diremos: dois décimos de segundos ou três centésimos de segundo.

Não faz parte do sistema métrico decimal pois a transformação de dias em horas; horas em minutos e minutos em segundos não é feito pelo simples deslocamento da vírgula, mas sim, através da relação que liga uma unidade à outra.

Assim:

1 dia = 24 horas
1 hora = 60 minutos
1 minuto = 60 segundos

É o que se chama um *número complexo.*

Se quisermos saber, por exemplo, quantos *segundos* tem *um dia;* empregaríamos o seguinte método:

Um dia tendo 24 horas e cada hora 60 minutos, segue-se que um dia terá 24 $\times$ 60 = 1440 minutos.

Um minuto tendo 60 segundos, os 1440 minutos existentes em um dia, corresponderão à 1440 $\times$ 60 = 86.400 segundos, que é o total de segundos contidos em um dia.

Poderíamos dispor as operações feitas como se segue:

	1 dia
	$\times$ 24 horas
	24 horas
(n.º de minutos por hora)	$\times$ 60 minutos
	1.440 minutos
(n.º de segundos por minuto)	$\times$ 60 segundos
	86.400 segundos

Se desejarmos saber quantos segundos existem em 3 h. 15 min. 24 s., procederíamos como procedemos acima, isto é:

```
           3 h.
        × 60 m
        ------
          180 m e como tem 15 m.
somamos + 15 m
        ------
          195 m
        × 60
        ------
       11.700 s. e como tem 24
       +   24 s.
        ------
       11.724 s.
```

Asim, em 3 h. 15 m. e 24 s., existem 11. 724 segundos.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Efetuar as seguintes mudanças de unidades:

a) 19, 67 m
b) 29.873 mm
c) 153, 421 dam

De acôrdo com o que foi ensinado, vem:

Resposta: a) 19, 57 = 196, 7 dm = 1967 cm = 1, 967 dam = 0, 1967 hm = 0, 01967 km

b) 29.873 mm = 2.987, 3 cm = 298, 83 dm = 29, 873 m = 2, 987.3 dam = 0, 298.73 hm = 0, 029.873 km

c) 153, 421 dam = 1.534, 21 m = 15.342, 1 dm = = 153.421 cm = 1.534.210 mm e 15, 3421 hm = 1, 534.21 km

2) Efetuar as seguintes mudanças de unidades:

a) 3547, 213 m^2
b) 0, 395 mm^2
c) 37 km^2
d) 1958, 3 dm^2

Como vimos na ocasião em que ensinamos conversão, vem:

Respostas:

a) 3.547, 213 m^2 = 354.721, 3 dm^2 = 35.472.130 cm^2 = 3.547.213.000 mm^2 ou
36, 472.18 dam^2 = 0, 354.721.3 hm^2 = 0, 003.547.213 km^2

b) 0, 395 mm^2 = 0, 003.95 cm^2 = 0, 000.0395 dm^2 = = 0, 000.000.395 m^2 = 0, 00 000 000 395 dam^2 = ... = 0, 000.000.000.039.5 hm^2 = 0, 000.000.000.000.395 km^2

c) 37 km^2 = 3.700 hm^2 = 370.000 dam^2 = 37.000.000 m^2 = 3.700.000.000 dm^2 = 370.000.000.000 cm^2 = ... = 37.000.000.000.000 mm^2

d) 1.958, 3 dm^2 = 195.830 cm^2 = 19.583.000 mm^2 = = 19, 583 m^2 = 0, 195.83 dam^2 = 0, 001.958.3 hm^2 = ... = 0, 000.0, 19.583 km^2

3) Efetuar as seguintes mudanças de unidades:

a) 347 km^2 em ca
b) 19, 375 dm^2 em ha
c) 3, 051 m^2 em ha
d) 0, 007 dm^2 em a
e) 0, 003 cm^2 em ca
f) 39 m^2 em dca
g) 14589, 3 mm^2 em a

As relações entre o metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos, e o are com seus múltiplos e submúltiplos são, como já dissemos:

ha = hm^2
a = dam^2
ca = m^2

Então vem:

Respostas:

a) 347 km^2 = 347.000.000 m^2 = 347.000.000 ca
b) 19, 375 dm^2 = 0, 000.019.375 hm^2 = 0, 000.019.375 ha
c) 3, 051 m^2 = 3, 051 ca = 0, 000.305.1 ha
d) 0, 007 dm^2 = 0, 000.000.7 dam^2 = 0, 000.000.7 a
e) 0, 03 cm^2 = 0, 000.003 m^2 = 0, 000.003 ca
f) 39 m^2 = 39 ca = 3, 9 dca
g) 14.589, 3 mm^2 = 0, 000.145.893 dam^2 = 0. 000.145.893a.

4) Efetue as seguintes mudanças de unidades:

a) 13 m^3
b) 0, 519 cm^3
c) 3, 845 dam^3
d) 18.354, 9 hm^3
e) 1.347, 3912 hm^3
f) 1.835, 891 mm^3
g) 1.235 dm^3

De acôrdo com o que foi ensinado:

a) 13 m^3 = 13.000 dm^3 = 13.000.000 cm^3 = ... = 13.000.000.000 mm^3 = 0, 013 dam^3 = 0, 000.013 hm^3 = = 0, 000.000.013 km^3

b) 0, 519 cm^3 = 519 mm^3 = 0, 000.519 dm^3 = ... = 0, 000 000 519 m^3 = 0, 000.000.000.519 dam^3 = ... = 0, 000.000.000.000.519 hm^3 = 0, 000.000.000.000.000.519 km^3

c) 3, 845 dam^3 = 3.845 m^3 = 3.845.000 dm^3 = ... = 3.845.000.000 cm^3 = 3.845.000.000.000 mm^3 = 0, 003.845 hm^3 0, 000.003.384.5 km^3

d) 18.354, 9 hm^3 = 18, 3549 km^3 = 18.354 900 dam^3 = = 18.354.900.000 m^3 = 18.354.900.000.000 dm^3 = ... = 18.354.900.000.000.000 cm^3 = 18.354.900.000.000.000.000 mm^3

e) 1.347, 391.2 hm^3 = 1, 347.391.2 km^3 = 1.347.391, 2 dam^3 = 1.347.391.200 m^3 = 134.739.120.000 dm^3 = ... = 134.739.120.000.000 cm^3 = 134.739.120.000.000.000 mm^3

1.835,891 mm^3 = 1,835.891 cm^3 = = 0, 001.835.891 dm^3 = 0, 000.001.835.891 m^3 = = 0, 000.000.001.835.891 dam^3 = = 0, 000.000.000.001.835.891 hm^3 = = 0, 000.000.000.000.001.835.891 km^3

g) 1.235 dm^3 = 1.235.000 cm^3 = 1.235.000.000 mm^3 = = 1, 235 m^3 = 0, 001.235 dam^3 = 0, 000.001.235 hm^3 = = 0, 000.000.001.235 km^3

5) Converter nos diferentes múltiplos e submúltiplos:

a) 1937 l
b) 270 dl
c) 1, 437 cl
d) 153, 98 ml
e) 2.349, 57 dal
f) 58.324, 9 hl
g) 29, 347 kl

Como já foi dito:

Respostas:

a) 1.937 l = 19.370 dl = 193.700 cl = 1.937.000 ml

b) 270 dl = 2.700 cl = 27.000 ml = 27 l = 2, 7 dal = = 0, 27 hl = 0, 027 kl

c) 1, 437 cl = 14, 37 ml = 0, 143.7 dl = 0, 014.37 l =.... = 0, 001.437 dal = 0, 000.143.7 hl = 0, 000.014.37 kl

d) 153, 98 ml = 1, 539.8 cl = 0, 153.98 dl = 0, 015.398 l = 0, 001.539.8 dal = 0, 000.153.98 hl = 0, 000.015.398 kl

e) 2.349, 57 dal = 234, 957 hl = 23, 495.7 kl = 23.495, 7 l = 234.957 dl = 2.349.570 cl = 23.495.700 ml

f) 58.324, 9 hl = 5.8324, 49kl = 583.832, 249 dal= = 5.832.490 l = 5.832.490.0 dl = 583.249.000 cl = = 5.832.490.000 ml

6) Reduza:

a) 1937 l a cm^3
b) 270 dl a dm^3
c) 1, 437 cl a dam^3
d) 153, 98 ml a m^3
e) 2.349, 57 dal a hm^3
f) 58.324, 9 hl a km^3
g) 29, 347 kl a mm^3

Vimos que 1 dm^3 = 1 litro.

Então:

a) 1.937 l = 1.937 dm^3 = 1.937.000 cm^3
b) 270 dl = 2 7l = 27 dm^3
c) 1, 437 cl = 0, 014.37 dm^3 = 0, 000.000.014.37 dam^3
d) 153, 98 ml = 0, 153.98 l = 0, 153.98 dm^3 = ...
= 0, 000.153.98 m^3
e) 2.349, 57 dal = 23495, 7 l = 23495, 7 dm^3 = ...
= 23, 495.7 m^3 = 0, 023.495.7 dam^3 =
= 0, 000.023.495.1 hm^2
f) 58.324, 9 hl = 5832490 l = 5832490 dm^3 = ...
= 0, 000.005.832.490 km^3
g) 29, 347 kl = 29.347 l =29.347 dm^3 = ...
= 29.347.000.000 mm^3

7) Converter nos diferentes múltiplos e submúltiplos:

a) 1.378, 43 g
b) 37.491, 183 dog
c) 0, 003.58 kg
d) 1.823.591 mg
e) 1.349, 871 cg
f) 0, 000.379 toneladas
g) 37, 29 hg
h) 425, 897.6 Qm

Respostas:

a) 1.378, 43 g = 1.3784, 3 dcg = 137.843 cg 1.378.430 mg = 137, 843 dag = 13, 784.3 hg 1, 378.43 kg = ... 0, 137.843 Qm = 0, 013.784.3 t

b) 37.491, 183 dcg = 374.911, 83 cg = 3.749.118, 3 mg = 3.749, 118.3 g = 374, 911.83 dag = 37, 491.183 hg = 3, 749.118.3 kg = 0, 374.911.83 Qm = 0, 037.491.183 toneladas.

c) 0, 003.58 kg = 0, 035.8 hg = 0, 358 dag = 3, 58 g = 35, 8 dag = 358 cg = 3.580 mg = 0, 000.035.8 Qm = 0, 000.003.58 toneladas.

d) 1.823.591 mg = 182.359, 1 cg = 18.235, 91 dcg = .. = 1.823, 591 g = 182, 359.1 dag = 18, 235.91 hg = ... = 1, 823.591 kg = 0, 001.823.591 toneladas

e) 134, 871 cg = 13498, 17 mg = 134, 9871 dcg = ... = 13, 498.71 g = 1, 349.81 dag = 0, 134.981 hg = ... = 0, 013.498.1 kg = 0, 000.134.981 Qm = 0, 000.013.498.1 toneladas

f) 0, 000.379 t = 0, 003.79 Qm = 0, 379 kg = 3, 79 hg = 37, 9 dag = 379 g = 3790 dcg = 37.900 cg = = 379.000 mg

g) 37, 29 hg = 3, 729 kg = 0, 037.29 Qm = 0, 003.729 toneladas = 372, 9 dag = 3.729 g = 37.290 dcg = 372.900 cg = 3.729.000 mg

h) 425, 897.6 Qm = 42, 589.76 toneladas = 42.589,76 kg = 425.897, 6 hg = 4.258, 976 dag =42. 589.760 g = ... = 425.897.600 dcg = 4.258.976.000 cg = 42.589.760.000 mg

8) Determinar o pêso dos seguintes volumes de água destilada:

a) 1.583, 7dm ^{3} em gramas
b) 37, 49 cm^3 em quilogramas
c) 0, 001 dm^3 em toneladas
d) 147, 283 m^3 em decagramas
e) 34, 81 l em quilogramas
f) 0, 031.58 hl em hectogramas

Sabemos que 1 cm^3 = 1 g e 1 m^3 = 1 ton.
E 1 litro = 1 quilograma.

Então:

Respostas:

a) $1.583,7 \text{ dm}^3 = 1.583.700 \text{ cm}^3 = 1.583.700 \text{ g}$
b) $37,49 \text{ cm}^3 = 37,49 \text{ g} = 0,037\,49 \text{ kg}$
c) $0,001 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3 = 1$ tonelada.
d) $147,283 \text{ m}^3 = 147,283$ toneladas $= 147\,283\,00$ dag
e) $34,81 \text{ l} = 34,81 \text{ kg}$
f) $0,031.59 \text{ hl} = 3,159 \text{ l} = 3,159 \text{ kg} = 31,59 \text{ hg}$

9) Efetuar a soma:

$0,305.04 \text{ km} + 20.005 \text{ dm} + 23,007 \text{ hm}$, dando a resposta em decâmetros.

Temos:

$0,305.04 \text{ km} = 30,504 \text{ dam}$

$20.005 \text{ dm} = 200,05 \text{ dam}$

$23,007 \text{ hm} = 230,07 \text{ dam}$

Foi necessário como se disse anteriormente, efetuar a conversão.

Posto isto, a soma é **460,624 dam.**

10) Efetuar e dar o resultado em decâmetros quadrados:

$9 \text{ a} - 320 \text{ cm} \times 51,2 \text{ m} + 125 \text{ dm} \times 8.400 \text{cm}$

Sabemos que:

$9 \text{ a} = 9 \text{ dam}^2$

$\left.\begin{array}{l} 320 \text{ cm} = 0{,}32 \text{ dam} \\ 51{,}2 \text{ m} = 5{,}12 \text{ dam} \end{array}\right\} \times = 1{,}6384 \text{ dam}^2$

$\left.\begin{array}{l} 125 \text{ dm} = 1{,}25 \text{ dam} \\ 8400 \text{ cm} = 8{,}04 \text{ dam} \end{array}\right\} \times \; 10{,}500 \text{ dam}^2$

Então:

$9 \text{ dam}^2 - 1,6384 \text{ dam}^2 + 10,500 \text{ dam}^2 = \ldots\ldots = 17,861.6 \text{ dam}^2$

11) Efetuar:

$45\text{m}^3 \div 160 \text{ m}^2 \times 4 \text{ m} \times 200 \text{ m}$

Podemos escrever:

$$\frac{45 \text{ m}^3}{160 \text{ m}^2} \times 4 \text{ m} \times 200 \text{ m}. \text{ Como } \text{m}^3 \div \text{m}^2 = \text{m},$$

vem:

$$\frac{45 \text{ m}}{160} \times 4 \text{ m} \times 200 \text{ m} = \frac{45\text{m} \times 4\text{m} \times 200\text{m}}{160}$$

$= 225 \text{ m}^3$ depois de feitas as operações

12) Dividir:

$7,25 \text{ m}^3 \div 5 \text{ dam}^3$,

Depois converter:

$7,25 \text{ m}^3 \div 5000 \text{ m}^3 = 0,145$

13) Dividir 480 m^3 por 80 m

Então:

$$\frac{480 \text{ m}^3}{80 \text{ m}} = \frac{480 \text{ m}^2}{80} = 6 \text{ m}^2$$

14) **Um terreno tem 15 m de largura e 40 m de comprimento. Para cercá-lo com uma tela de arame que custa NCr$ 3,20 o metro, qual será a despêsa?**

O perímetro do terreno é:

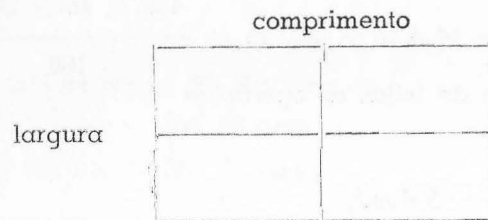
$2p = 2a + 2b$ ou
$2p = 2 \times 15 + 2 \times 40 = 110 \text{ m}$

O metro de tela custando NCr$ 3, 20, a despêsa com a sua aquisição será:

110 × NCr$ 3, 20 = NCr$ 352, 00

15) Um terreno retangular foi dividido em quatro lotes retangulares iguais. O perímetro do terreno é de 18 km e o comprimento é o dôbro da largura. Pede-se o perímetro de cada um dos quatro lotes em que o terreno foi dividido em dam.

De início vamos calcular as dimensões do terreno, que depois de dividido em quatro partes (lotes) iguais, terá o aspecto da figura:



O comprimento sendo o dôbro da largura, conclui-se que a largura corresponde a duas partes iguais do comprimento e então o perímetro do terreno terá 6 partes iguais à largura. Como o perímetro tem 18 km, cada uma das 6 partes terá:

18 km ÷ 6 = 3 km.

Então a largura do terreno é 3 km e porque o problema diz que o comprimento tem o dôbro da largura, êle será igual a:

2 × 3 km = 6 km

Para que o terreno tenha sido dividido em 4 lotes retangulares iguais é preciso que tenha sido dividido ao meio no sentido do comprimento e também no da largura.

Sendo assim, cada lote terá:

6 km ÷ 2 = 3 km de comprimento e
3 km ÷ 2 = 1, 5 km de largura

Sendo lotes retangulares, seu perímetro, como foi ensinado, 2p = 2 × comprimento + 2 × largura e então:

2p = 2 × 3 km + 2 × 1, 5 km = 9 km

Como a resposta deve ser dada em decâmetros, é bastante transformar 9 km em decâmetros e vem:

9 km = 900 dam

16) O perímetro de um triângulo isósceles, cuja soma dos lados iguais é o triplo do lado diferente, é igual à 16m. Calcular os lados do triângulo.

O perímetro de um triângulo isósceles, vimos ser:

$2p = a + 2b$

O 2b representa a soma dos lados iguais e *a* o lado diferente.

Como a soma dos lados iguais é o triplo do lado diferente, é como se tivessemos somado aos seus lados um número igual a 4 vêzes o lado diferente.

Considerando que a soma dos lados é o perímetro e o problema diz que seu valor é 16 m.

Conclui-se que o seu lado diferente é:

16 m ÷ 4 = 4 m

Ficam sobrando para os lados iguais:

16 m — 4 m = 12 m. e então cada lado igual valerá:

12 m ÷ 2 = 6 m.

17) Um terreno tem 150 m de comprimento. A largura é $\frac{2}{5}$ do comprimento. Calcular a área do terreno em ares.

A largura sendo $\frac{2}{5}$ do comprimento que tem 150 m, será:

$$\frac{2}{5} \times 150 \text{ m} = 60 \text{ m}$$

A área do terreno é dada por:

$$S = a \times b \text{ ou}$$
$$S = 150 \text{ m} \times 60 \text{ m} = 9.000 \text{ m}^2$$

Como o resultado deve ser dado em ares e o are é igual ao dam^2, vem:

$$9.000 \text{ m}^2 = 90 \text{ dam}^2 = 90 \text{ a}$$

18) Um terreno retangular tem 252.000 m^2 de área e 5,6 hm de largura. Se quisermos cercá-lo com 3 fios de arame farpado, quantos rolos de 80 m serão necessário?

Calculamos de início o comprimento do terreno, para o que devemos dividir a sua área pela sua largura, depois de reduzir a largura a metros, isto porque, sendo a área o produto do comprimento pela largura, conclui-se que o comprimento será a área dividida pela largura, assim como a largura será a área dividida pelo comprimento.

Então:

$$\text{comprimento} = \frac{252.000 \text{ m}^2}{560 \text{ m}} = 450 \text{ m}$$

A seguir calcularemos o perímetro do retângulo, que, como vimos, é:

$$2p = 2a + 2b$$

Então:

$$2p = 2 \times 450 \text{ m} + 2 \times 560 \text{ m} = 2.020 \text{ m}$$

Como pretendemos cercá-lo com 3 fios de arame, devemos gastar o triplo do perímetro, isto é:

$$\text{arame necessário} = 3 \times 2.020 \text{ m} = 6.060 \text{ m}.$$

19) Calcular em hectares a área de um terreno cujos $\frac{7}{11}$ medem 68.600 m^2.

Como no caso de vários problemas de frações:

$$\frac{7}{11} \xrightarrow{\text{corresponde}} 68.600 \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{11} \xrightarrow{\text{corresponde}} 9.800 \text{ m}^2$$

$$\frac{11}{11} \xrightarrow{\text{corresponde}} 89.800 \text{ m}^2$$

Como 1 m^2 = 1 ca (centiare), vem:

$$89.800 \text{ m}^2 = 89.800 \text{ ca} = 8,980 \text{ ha}$$

19) Um reservatório contém 90 litros de água. Quantas latas de 75 cl serão necessárias para conter a água do reservatório?

Sabemos que 90 litros = 9.000 cl. Basta então dividir 9.000 cl por 75 cl para saber o número de latas.

Então:

$$9.000 \text{ cl} \div 75 \text{ cl} = 120 \text{ latas}$$

20) Um reservatório contém água até $\frac{2}{3}$ de seu volume. Suas dimensões são: 4 m; 3 m e 1,8 m. Quantos litros de água contém o reservatório?

O volume do reservatório, que tem a forma de um paralelepípedo, vimos que é:

$$V = a \times b \times c$$

Então:

$$V = 4 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 1,8 \text{ m} = 21,6 \text{ m}^3$$

Considerando que só $\frac{2}{3}$ estão cheios, vem:

Volume d'água contido no reservatório:

$$\frac{2}{3} \times 21,6 \text{ m}^3 = 14,4 \text{ m}^3$$

21) Um terreno quadrado tem 250 m de lado. Custando o are do terreno NCr$ 30,00, quanto custará a metade do terreno?

A área do terreno, que é quadrado é:

$$S = a^2 = (250\text{m})^2 = 62.500 \text{ m}^2 = 625 \text{ a}$$

O seu valor total é:

625 × NCr$ 30,00 = NCr$ 18.750,00

A metade custará então:

NCr$ 18.750 00 ÷ 2 = NCr$ 9.375,00

22) Quantos litros de água conterá a metade de uma caixa d'água, se seus $\frac{2}{5}$ contém 3,40 hl?

Podemos escrever:

$$\frac{2}{5} \longrightarrow 3,40 \text{ hl}$$

$$\frac{1}{5} \longrightarrow 1,70 \text{ hl}$$

(a caixa tôda) $\frac{5}{5} \longrightarrow 8,50$ hl

A metade da caixa conterá:

8,50 hl ÷ 2 = 4,25 hl ou
425 litros

23) As dimensões de um terreno retangular são: 38,70 m e 28,90 m. Ao seu redor constrói-se um muro de 0,30 m de largura. Pede-se a superfície do terreno, em ares depois de murado.

As dimensões do terreno, depois de murado passou a ser:

38,70 m — 0,30 m — 0,30 m = 38,10 m e

28.90 m — 0,30 m — 0,30 m = 28,30 m

A área do terreno murado será:

$$S = 38,10 \text{ m} \times 28,30 \text{ m} = 1.078,23 \text{ m}^2 = \ldots\ldots$$
$$= 10,782.3 \text{ dam}^2 = 10,782.3 \text{ ares.}$$

24) Um reservatório de 2 m de comprimento; 5 dm de largura, contém óleo até os $\frac{3}{5}$ da altura. Êsse óleo foi distribuído por 75 latas cúbicas de 20 cm de aresta. Determinar a altura do reservatório.

Se as latas são cúbicas com 20 cm de aresta, seu volume será:

$$V = a^3 = (0,20 \text{ cm})^3 = 0,008 \text{ m}^3$$

Como são em número de 75, o óleo contido em tôdas elas, será:

$$75 \times 0,008 = 0,6 \text{ m}^3$$

A área da base do reservatório é:

$$S = 2 \times 0,5 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$$

O volume do óleo que é de 0,6 m^3, está contido em um reservatório de 1 m^2 da base.

O volume do reservatório sendo:

$$V = a \times b \times c \text{ ou}$$

$0,6 = 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times c$ (c é a altura do reservatório). Seu valor será:

$$c = \frac{0,6 \text{ m}^3}{2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}} = 0,6 \text{ m}.$$

Como êle (óleo) atinge só $\frac{3}{5}$ da altura, segue-se que:

$$\frac{3}{5} \longrightarrow 0,6 \text{ m}$$

$$\frac{1}{5} \longrightarrow 0,2 \text{ m} \quad \text{e}$$

$$\frac{5}{5} \longrightarrow 1 \text{ m}$$ (altura total do reservatório)

25) Um tanque é abastecido por três torneiras A primeira na razão de 900 dl por hora; a segunda 625 dl por hora e a terceira 285 dl por hora. Abertas ao mesmo tempo enchem o tanque em 3,5 horas. Qual a capacidade do tanque em hectolitros?

Em uma hora as três torneiras deixam cair no tanque:

$$90 \text{ dl} + 625 \text{ dl} + 825 \text{ dl} = 2.350 \text{ dl}$$

O tanque ficará cheio, diz o problema, no fim de 3,5 horas. Então sua capacidade será:

$$2.350 \text{ dl} \times 3,5 = 8.225 \text{ dl} = 8,225 \text{ hl}$$

26) Um compo retangular com 25 hm de comprimento e 1,6 km de largura está plantado cereal. Calculando que se devem colher 2.000 dal por 100 acres e que 10 dal do cereal pesam 620 gramas, pede-se o valor total da colheita, supondo-se que uma tonelada custa NCr$ 30,00.

A área do campo é:

$$S = 25 \text{ hm} \times 16 \text{ hm} = 400 \text{ hm}^2 = 400 \text{ ha}$$

Em 100 ares ou 1 ha colhendo-se 2.000 dal, no terreno todo a colheita será:

$$400 \text{ ha} \times 2.000 \text{ dal} = 800.000 \text{ dal}.$$

Como 10 dal pesam 620 gramas, o pêso da colheita será:

$$800.000 \text{ dal} \times 62 \text{ g} = 49.600.000 \text{ g} = 49,6 \text{ ton}.$$

O custo da tonelada do cereal sendo NCr$ 30,.00, o valor total da colheita será:

49, 6 × NCr$ 30, 00 = NCr$ 1.488.00

27) Uma caixa retangular tem 1,8 m de comprimento; 8,5 dm de largura e 75 cm de altura. Está cheia de gasolina até $\frac{3}{5}$ da altura. Calcular o custo da quantidade de

gasolina contida nessa caixa, sabendo-se que o prêço do decilitro é NCr$ 0, 022.

Como a caixa só está cheia até os $\frac{3}{5}$ da sua altura, que é 75 cm, segue-se que a altura da gasolina na caixa é:

$$\frac{3}{5} \times 75 \text{ cm ou } = 45 \text{ cm}$$

O voume de gasolina contido na caixa será então:

$V = 8,5 \text{ dm} \times 18 \text{ dm} \times 4,5 \text{ dm} = 688,5 \text{ dm}^3 =$
$= 688,5 \text{ l} = 6.885 \text{ dl}$

Como um decilitro custa NCr$ 0, 022, o custo da gasolina será:

6.885 dl × NCr$ 0, 022 = NCr$ 151, 47

28) 180 hl de óleo deverão ser distribuídos por três reservatórios, de modo que o segundo receba mais 10 hl que o primeiro, e o terceiro mais 25 hl que o segundo. Quantos hl receberá cada reservatório?

Se tirarmos 10 hl de gasolina do segundo reservatório, o segundo e o primeiro ficarão com o mesmo número de hl de óleo.

O terceiro tem mais 25 hl do que o segundo tinha antes de retirarmos dêle 10 hl para igualá-lo ao primeiro. Se retirarmos, portanto 25 hl + 10 hl do terceiro reservatório, os três reservatórios ficarão com a mesma quantidade de óleo e correspondendo ao que tinha o primeiro.

Nessas condições não eram necessários 180 hl, bastando que fôssem:

180 hl — 10 hl — (25 + 10 hl) ou
180 hl — 10 hl — 35 hl = 135 hl

Depois disso, cada reservatório teria:

135 hl ÷ 3 = 45 hl, que é o volume contido no primeiro reservatório.

Assim sendo, conclui-se que o segundo terá:

45 hl + 10 hl = 55 hl e o terceiro:

55 hl + 25 hl = 80 hl

29) A altura de um paralelepípedo retângulo mede 8 cm. A soma das dimensões da base é igual a 24 cm, sendo uma o triplo da outra. Calcular o volume do paralelepípedo.

A base do paralelepípedo é constituída pelo comprimento e a largura que somados, diz o problema, valem 24 cm. Sendo uma das dimensões o triplo da outra podemos dizer que as duas somadas valem quatro vêzes a menor dimensão.

Nessas condições, a menor dimensão será:

24 cm ÷ 4 = 6 cm e a maior:

3 × 6 cm = 18 cm

Depois disso acharemos o volume do paralelepípedo que é:

$V = a \times b \times c$ ou
$V = 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} = 864 \text{ cm}^3$

30) Um paralelepípedo tem um volume igual a ...... 11.160 dm³; a altura mede 5 dm. Calcular a área da base do paralelepípedo.

Sendo o volume do paralelepípedo o produto da área da base pela altura, teremos:

11.160 dm³ = área da base × altura ou
11.160 dm³ = área da base × 5 dm
área da base = 11.160 dm³ ÷ 5 dm = 2.232 dm²

31) A soma das arestas de um cubo é igual a 2, 4 m. Calcular o volume do cubo em hectolitros.

Vimos que o volume do cubo é:

$V = a^3$

Torna-se necessário calcular o valor da aresta, que são oito, em um cubo e que somados valem 2, 4 m

Cada uma valerá então:

$2,4 \text{ m} \div 8 = 0,3 \text{ m}$

O volume será pois:

$V = (0,3 \text{ m})^3 = 0,027 \text{ m}^3 = 27 \text{ dm}^3 = 27 \text{ litros} =$
$= 0,27 \text{ hl}$

32) Um terreno retangular de 8, 4 dam de comprimento e 3, 2 hm de largura custou NCr$ 94, 00. Por quanto deve ser vendido para se obter um lucro de NCr$ 0, 20 por centiare?

A área do terreno é:

$S = 8,4 \text{ dam} \times 32 \text{ dam} = 268,8 \text{ dam}^2 = 268,8 \text{ a}$
$= 26\,880 \text{ ca}$

Ganhar na venda NCr$ 0, 20 por ca. equivale à ganhar:

26.880 × NCr$ 0, 20 = NCr$ 53, 76

Deve ser vendido por:

NCr$ 94, 000 + 53, 76 = NCr$ 147, 76

32) Dois campos têm juntos 3 ha. Um tem 125 m^2 mais do que o outro. Qual é a superfície de cada um?

Sabemos que 3 ha = 3 hm^2 = 30.000 m^2. Se os dois terrenos fôssem iguais, era bastante dividir a superfície total do terreno por dois.

Considerando que um tem 125 m^2 mais do que o outro, é bastante subtrair do total, a superfície de 125 m^2, dividir o resto por dois e depois somar a um das partes os 125 m^2 retirados.

Assim:

30.000 m^2 — 125 m^2 = 29.875 m^2

Depois:

29.875 m^2 ÷ 2 = 14.937, 5 m^2

E concluir que um terreno terá:

14.937, 5 m^2 e o outro:

14.937, 5 m^2 + 125 m^2 = 15.062, 5 m^2

34) Uma sala de aula tem 7, 50 m de comprimento 6, 80 m de largura e 3, 40 m de altura. Qual o volume de ar reservado a cada aluno se a sala contém 20 alunos?

O volume da sala é:

$V = 7,50 \text{ m} \times 6,80 \text{ m} \times 3,40 \text{ m} = 173,4 \text{ m}^3$

Cada aluno disporá então de:

$173,4 \text{ m}^3 \div 20 = 8,67 \text{ m}^3$

35) Uma sala de aula retangular tem 9,78 m de comprimento, 5, 36 m de largura e 3, 45 m de altura. De quanto se deve levantar o teto para que os 52 alunos e o professor tenham 4 m^3 de ar cada um?

O volume da sala de aula necessário para os 52 alunos, mais o professor, isto é, 53 pessoas, à razão de 4 m^3 por pessoa, deve ser:

$53 \times 4 \text{ m}^3 = 212 \text{ m}^3$

A superfície da sala de aula (área da base) é:

S = 9, 78 m × 5, 36 m = 52, 420.8 m^2

O volume necessário, isto é, 212 m^3, será obtido multiplicando-se a área da sala pela altura.

Teremos então:

212 m^3 = 52, 420.8 m^2 × altura.

Então:

$$altura = 212\ m^3 \div 52,4280\ m^2 = 4,044\ m$$

O problema diz que a sala tem 3,45 m de altura. Então precisará ser alterada de:

$$4,044\ m - 3,45\ m = 0,594\ m$$

36) Durante um temporal recolheu-se numa cuba posta ao ar livre, uma quantidade de água que atingiu 6 cm. Que quantidade de água caiu sôbre um terreno de 20 da e 5 ca.?

Para termos a superfície do terreno devemos somar 20 da. e 5 ca., para o que torna-se necessário converter tudo à mesma unidade

Assim:

20 da = 20.000 ca
5 ca = 5 ca   e a superfície do terreno será:
20.005 ca = 20.005 m^2

A altura da água na cuba sendo de 6 cm, no terreno todo também foi de 6 cm e o volume da água que caiu sôbre o terreno foi de

$$20.005\ m^2 \times 0,06\ m = 1.200,3\ m^3$$

37) Uma parede de 28 m de comprimento, 2,50 m de alttura e 0.30 m de espessura tem três janelas de 1 m de largura por 1,95 m de altura.

Calcular o volume da parede.

Se não houvessem as janelas, o volume da parede seria: seria:

$$V = 2,50\ m \times 28\ m \times 0,30\ m = 21\ m^3$$

Êsse volume ficou reduzido em virtude da abertura das janelas, que ocupariam se não existissem, um volume igual a:

$$V = 1\ m \times 1,95\ m \times 0,30\ m = 0,585\ m^3,$$ cada uma.

Como são três janelas, seus volumes totalizam:

$3 \times 0,585\ m^3 = 1,755\ m^3$ que deverá ser subtraído do volume total 21 m^3.

Então teremos:

$$21\ m^3 - 1,755\ m^3 = 19,245\ m^3$$

38) Uma sala mede 12 m de comprimento por 80 dm de largura. Quantos tacos quadrados de 8 dm de perímetro serão necessários para o revestimento do piso?

A área da sala é:

$$S = 12\ m \times 8\ m = 96\ m^2$$

O perímetro dos tacos quadrados que vão revestir o piso sendo 8 dm ou 0,8 m, indica que o lado do taco é de 0,8 m ÷ 4 ou seja 0,2 m.

Sua área será, como vimos, a área do quadrado, isto é:

$$S = (0,2)^2 = 0,04\ m^2$$

Serão necessários, então:

$$96\ m^2 \div 0,04\ m^2 = 2\,400 \text{ tacos.}$$

39) Para construir um muro de 1620 cm de comprimento, 45 dm de altura e 30 cm de espessura. Quantos tijolos de 15 cm de comprimento, 0,25 m de largura e 6 cm de espessura serão necessários para construi-lo?

O volume do muro será:

$$V = 16,20\ m \times 4,5\ m \times 0,30\ m = 218,7\ m^3$$

O volume de cada tijolo é:

$$V = 15\ cm \times 25\ cm \times 6\ cm = 2.250\ cm^3$$

Dividindo-se o volume do muro pelo de cada tijolo, teremos o número necessário de tijolos.

Então:

V. do muro 218, 7 m³ = 218.700.000 cm³
V. de cada tijolo 2.250 cm³

Então, serão necessários de:

$218.7000.000 \text{ cm}^3 \div 2.250 \text{ cm}^3 = 9.720$ tijolos

40) Um vaso vazio pesa 1,25 kg e cheio de água destilada pesa 7,5 kg. Qual o volume do vaso?

A diferença de pêso entre o vaso cheio de água e o vaso vazio indica o pêso da água nêle contida que no caso será:

7,5 kg — 1,25 kg = 6,25 kg.

6,25 kg de água destilada, como já foi dito corresponde a 6,25 litros ou 6.25 dm³, que é o volume do vaso.

41) rm tonel vazio pesa 72 kg; contendo água pura até os seus $\frac{2}{5}$ pesa 48 kg. Quantos decímetros cúbicos de água poderá conter o tonel?

Se $\frac{2}{5}$ pesam ⟶ 48 kg

$\frac{1}{5}$ pesa ⟶ 24 kg

$\frac{5}{5}$ pesam ⟶ 120 kg

Como no exemplo anterior, o pêso de água nêle contida, fica:

120 kg — 72 kg = 48 litros, que corresponde a 48 dm³, que é o volume do tonel.

42) Tem-se dois reservatórios com a mesma capacidade e pêso. Enche-se o primeiro de óleo cujo hectolitro pesa 95 kg e o segundo de água destilada (a 4° centígrados).

Verifica-se, então, que um pesa mais 20 kg do que o outro. Qual a capacidade em dal do reservatório?

Se pesarmos um reservatório com 1 hl de óleo e o outro com 1 hl de água destilada, cujo hl pesa 100 kg; considerando que os reservatórios vazios têm o mesmo pêso, a diferença encontrada seria:

100 kg — 95 kg = 5 kg por hectolitro.

Como êles foram pesados cheios, a diferença encontrada foi de 20 kg.

Isto significa que no reservatório existiam:
20 kg ÷ 5 kg = 4 hl

Como a resposta deve ser dada em dal, teremos:
4 hal = 40 dal

43) Na fabricação de pregos são perdidos 2 mm de arame em cada prego fabricado. Calcular o número de pregos de 6 cm fabricados com um rôlo de arame próprio para a fabricação de 146, 072 m.

Transformemos 146, 072 m em centímetros:

146, 072 m = 14.607, 2 cm

Perder 2 mm em cada prego de 6 cm; é como se os pregos tivessem depois de fabricados, 6 cm + 2 mm = ÷ 6 cm + 0, 2 cm = 6, 2 cm.

Para sabermos o número de pregos a fabricar com o rôlo de arame, basta dividir o seu comprimento de 146, 072 m ou 146 07, 2 cm por 6, 2 cm.

Feita a divisão, encotraremos 2 356 pregos.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

1) Efetuar as seguintes mudanças de unidades:

a) 371 mm a dam e m
b) 41 cm a hm e dm
c) 8 dam a mm e km
d) 10, 54 km a dam e mm
e) 1341, 29 cm a m e km

Respostas:

a) 0, 037.1 dam e 0, 371 m
b) 0, 004.1 hm e 4, 1 dm
c) 80.000 mm e 0, 08 km
d) 1.054 dam e 10.540.000 mm
e) 13, 412.9 m e 0, 013.412.9 km

2) Efetuar as seguintes mudanças de unidades:

a) 45, 7 dam^2 a km^2 e mm^2
b) 65, 3 hm^2 a m^2 e cm^2
c) 327, 4 mm^2 a hm^2 e m^2
d) 8.474 dm^2 a km^2 e mm^2
e) 0, 005.6 hm^2 a dm^2 e dam^2

Respostas:

a) 0,004.57 km^2 e 4.570.000·000 mm^2
b) 653·000 m^2 e 6.530.000.000 cm^2
c) 0, 000.000.032.74 hm^2 e 0, 000·327.4 m^2
d) 0, 000.084.74 km^2 e 84.740.000 m^2
e) 5 600 dm^2 e 0, 56 dam^2

3) Complete as igualdades:

a) 32 a = ... hm^2 = ... dm^2
b) 0,47 ha = ... ca = ... km^2
c) 0, 513.0 m^2 = ... a = ... ha
×d) 1967 da = ... m^2 = ... ca
e) 0, 198 ca = ... cm^2 = ... mm^2

Respostas: a) 0, 32 hm^2 e 320.000 dm^2
b) 4.700 ca e 0, 004.7 km^2
c) 0, 005.13 a e 0, 000.051.3 ha
d) 1.967.000 m^2 e 1·967.000 ca
e) 1.980 cm^2 e 198.000 mm^2

4) Converter:

a) 15 m^3 em dm^3 e dam^3
b) 0, 779 cm^3 em mm^3 e dm^3

c) 2, 03 dam^3 em km^3 e mm^3
d) 183, 491.5 hm^3 em m^3 e cm^3
e) 0, 003.94 km^3 em dam^3 e mm^3

Respostas: a) 15.000 dm^3 e 0, 015 dam^3
b) 779 mm^3 e 0, 000.779 dm^3
c) 0, 000.002.03 km^3 e 2.030·000.000.000 mm^3
d) 1.834. 915 m^3 e 1.834·915.000.000 cm^3
e) 39·400 dam^3 e 39.400.000.000.000.000 mm^3

5) Converter:

a) 204 l em hl e ml
b) 400 dl em hl e dal
c) 13, 49 cl em ml e litros
d) 0, 001 hl em l e ml
e) 13, 47 ml em hl e dl

Respostas: a) 2, 04 hl e 204 000 ml
b) 0, 4 hl e 40 dal
c) 134, 9 ml e 0, 134.9 litros
d) 0, 1 l e 100 ml
e) 0, 000·134.7 hl e 0, 134.7 dl

6) Reduza:

a) 215 l a cm^3 e dm^3
b) 12, 41 hl a hm^3 m^3
c) 0, 015 dal a m^3 e mm^3
d) 1895, 2 dl a dam^3 e cm^3
e) 10, 451 hl a m^3 e dm^3

Respostas: a) 215.000 cm^3 e 215 dm^3
b) 0, 000.001.241 hm^3 e 1, 241 m^3
c) 0, 000.15 m^3 e 150.000 mm^3
d) 0, 000.189·52 dam^3 e 189.520 cm^3
e) 1, 045.1 m^3 e 1.045, 1 dm^3

7) Reduza:

a) 1 327, 5 g a cg e mg
b) 30, 19 hg a toneladas e g

c) 18 345, 3 dag a dg e mg
d) 3, 198 toneladas a dag e cg
e) 194 053 mg a hg e kg

Resposta: a) 132 750 cg e 1 327 500 mg
b) 0, 003.019 ton e 3019 g
c) 1.834.530 dg e 183.453.000 mg
d) 319 800 dag e 319.800.000cg
e) 1, 940.53 hg e 0, 194.053 kg

8) Determinar o pêso dos seguintes volumes de água destilada:

a) 382, 7 dm^3 em g
b) 49, 73 cm^3 em kg
c) 1 dm^3 em toneladas
d) 10, 17 m^3 em dag
e) 0, 35 hl em hg
f) 3, 19 l em kg

Respostas: a) 382.700 g; b) 0, 049.73 kg; c) 0, 001 ton.; d) 1, 0. 17,00 dag e) 350 hg; f) 3 19 kg.

9) De uma salina foram retirados vários carregamentos de sal. O primeiro de 58, 75 m^3; o segundo de 60, 038 m^3 e o terceiro de 118, 788 m^3. Qual a quantidade de sal retirada?

Resposta: 237, 576 m^3

10) Efetue a soma e dê o resultado em ha:

325, 78 m^2 + 849 dm^2 + 47, 21 dam^2

Resposta: 0, 505.527 ha

11) Efetue a soma e dê o resultado em dam^2:

72 a + 5, 132.9 ha + ca

Resposta: 585, 97 dam^2

12) Efetuar, dando a resposta em ca:

5 a + 4 dam^2 + 5, 8 ha

Resposta: 58.900 ca

13) Dados: A = 0,05 km; B = 2,4 hm e C = 150 m, diga em dm. quanto falta à soma dessas três medidas para completar 50 dam.
d) 0, 000.382 toneladas.

Resposta: 600 dm *Colégio Pedro II — 1967*

14) Reduza

a) 5, 79 hm a mm
b) 3, 2 ca a m^2
c) 640 cm^3 a hl
d) 38, 2 dag a toneladas

Resposta: a) 579.000 mm; b) 320 m^2; c) 0, 006.4 hl; d) 0, 000 382 toneladas

Colégio Militar — 1967

15) Efetue dando o resultado em dm^3:

$$10 \text{ m}^2 \times \left(\frac{5}{4} \text{ dal} \div 500 \text{ cm}^2\right)$$

Resposta: 2.500 dm^3 *Colégio Militar — 1967*

16) Quantos decímetros cúbicos há em 7 meios litros?

Resposta: 3, 5 dm^3 *Ginasial — 1967*

17) Qual a diferença entre a metade de 8, 58 dag e 63, 4 dg em gramas?

Resposta: 36, 56 g *Ginasial — 1967*

18) Um caminhão que pode transportar até 8 toneladas está com 5.200 kg de carga. Quantos quilos poderia ainda transportar?

Resposta: 2.800 kg *Ginasial — 1967*

19) Quantos gramas tem um pacote de biscoito de dois quilogramas e meio?

Resposta: 2.500 g *Ginasial — 1967*

20) Emílio andou durante duas horas e meia com a velocidade de 4 km por hora. Qual a distância percorrida por êle em dam?

Resposta: 1.000 dam *Ginasial — 1967*

21) Efetue e dê o resultado em dam^2:

a) 87 hm^2 — 450.000 m^2 + 0,421 m^2
b) 307 a + 9 da — 300 dca
c) 32 m × 2 dm + 0,48 hm^2 ÷ 25 dam × 40 dm

Resposta: a) 4.242 dam^2 ; b) 367 dam^2; c) 0,832.00 dam^2

22) Efetuar dando o resultado em m^3:

a) 10 dm × 10 dm × 10 dm
b) 3 dm × 0,4 mm × 10 hm
c) 1 m × 0,625 dam^2 ÷ 125

Resposta: a) 1 m^3; b) 0,120 m^3; c) 0,500 m^3

23) Um dos lados de uma rua de meio quilômetro de extensão foi urbanizada de uma extremidade à outra, conservando-se entre as árvores a distância de 20 m. Sabendo-se que o prêço de cada árvore é de NCr$ 1,50 e que a mão de obra importa em NCr$ 130,00, qual será a despêsa total?

Resposta: NCr$ 69,00 *Ginasial — 1967*

24) Um terreno de 41,60 dam^2 de área e 520 dm de largura, tem a forma retangular. Quantos rolos de arame farpado de 42 m são necessários para cercá-lo com 7 ordens de fios?

Resposta: 44 rolos

25) Um terreno retangular tem 18 m de largura e 250 dm de comprimento. Quem percorrer o seu perímetro 5 vêzes, quantos quilômetros andará?

Resposta: 0,43 km

26) Calcular o perímetro de um retângulo que tem 20 m de comprimento e cuja largura é $\frac{5}{4}$ dêle.

Resposta: 90 m.

27) Calcular em metros quadrados a área de um retângulo que tem 2,6 dam de perímetro, sabendo-se que a base tem 8 m.

Resposta: 40 m^2

28) Um terreno retangular de 40 m de largura e 6 dam de comprimento, que valor terá, se o metro quadrado custa NCr$ 4,20?

Resposta: NCr$ 10.080,00

29) Um terreno tem 300 m de comprimento. A largura é $\frac{4}{5}$ do comprimento. Calcular sua área em hectares.

Resposta 7,2 ha

30) Considerando A = 0,05 km; B = 2,4 hm e C = 150 m, as dimensões de um reservatório (forma de paralelepípedo), calcular a sua capacidade em dam^3.

Resposta: 800 dam^3 *Colégio Pedro II — 1967*

31) Uma caixa de forma cúbica contém água até 0,2 m. Sabendo-se que a aresta do cubo mede 6 dm, calcular a capacidade da caixa em dl e o volume da parte vazia em cm^3.

Resposta: Capacidade da caixa: 2.100 dl; volume da parte vazia: 144.000 cm^3

Colégio Militar — 1967

32) Calcular em ares a área de um terreno cujos $\frac{8}{9}$ medem 19, 44 km².

Resposta: 218.700 ares.

33) Em uma sal aretangular medindo 6 por 4 m foi colocado um tapête também retangular, distando um metro de cada parede. Calcular a área do tapête.

Resposta: 8 m² *Ginasial — 1967*

34) Uma caixa d'água de base quadrada de 5 m de lado e de 2 m de profundidade está cheia. Quantos litros d'água há nessa caixa?

Resposta: 50.000 litros *Ginasial — 1967*

35) Um tanque tem 0, 64 hl de volume. Quantas latas de forma cúbica, de 0, 4 dm de aresta são necessários para conterem o óleo nêle guardado?

Resposta: 1.000 latas

36) Um terreno quadrado de 30 dam de lado foi vendido por NCr$ 1.800, 00. Quanto custou o are?

Resposta: NCr$ 2,00

37) Os $\frac{4}{5}$ do volume de um reservatório contém 400 hl de água. Quanto conterá a metade do reservatório em m³?

Resposta: 25 m³

38) Um terreno quadrado de 1.500 dm de lado para ser cercado por uma tela de arame que custa NCr$ 0,50, que despêsa acarretará?

Resposta: NCr$ 300, 00

39) O comprimento do lado de um terreno quadrado é de 30 m. Ao seu redor fêz-se um canteiro de 1, 5 m de largo. Pede-se a superfície ocupada pelo canteiro em ha.

Resposta: 0, 17·1 ha

40) Um reservatório cuja capacidade é de 12·075 dm³ é alimentado por uma torneira que fornece 900 l de água por hora. Uma outra torneira esvazia-o na razão de 4, 37 hl por hora. Estando o reservatório vazio, em quanto tempo ficará cheio se as duas torneiras fôrem abertas juntas? Qual o pêso da água existente no reservatório no fim de 2 horas?

Resposta 25 horas e 966 kg

41) Um salão de 12 m de comprimento e 0, 8 dam de largura, para ser ladrilhado, quantos ladrilhos necessita se fôrem quadrados e tiverem 8 dm de perímetro?

Resposta: 2.400 ladrilhos

42) Um pátio mede 18 m de comprimento e 25.000 cm de largura. Quero forrá-lo com ladrilhos quadrados de 200 mm de lado, exceto uma barra de 10 dm de largura Quantos ladrilhos gastarei?

Resposta: Gastarei 99.200 ladrilhos

Liceu Nilo Peçanha — 1967

43) Um reservatório mede 3 dam de comprimento; 4 m de largura e 90 dm de altura. Considerando-se o reservatório cheio de refrigerante que custa NCr$ 0, 18 o litro, qual volume do reservatório e qual o valor do refrigerante?

Resposta: Volume: 1080.000 litros; — Valor do refrigerante: NCr$ 1.944, 00

Liceu Nilo Peçanha — 1967

44) Um reservatório com a forma de um paralelepípedo retângulo, tem 1 m de comprimento, 9 dm de largura e

80 cm de altura. Estando vazio, colocam-se 48 dal d'água. Quantos litros d'água ainda caberiam no reservatório?

Resposta: 240 litros I. E. e C. Dutra — 1968..

45) Copiando as dimensões de um retângulo medindo 10, 5 dam de comprimento por 12, 4 dam de largura, escreveu-se dm em lugar de dam. Qual foi a diferença em metros quadrados encontrada no cálculo de sua área?

Resposta: 13.018, 6980 m^2

Colégio Pedro II — 1968

46) Um campo quadrado com 80 km de perímetro, está plantado de trigo. Presume-se que sejam colhidos 100 hl por 2.000 da. O pêso do trigo é de meio quilo por litro e o quintal métrico é vendido ao prêço de NCr$ 20, 00.

Qual o valor da colheita?

Resposta: NCr$ 2.000, 00

47) Uma caixa com a forma de um paralelepípedo tem 2 m de comprimento, 16, 5 dm de largura e 144 cm de altura. Está cheia de óleo até $\frac{2}{3}$ da altura.

Calcular o custo do óleo nêle contido, sabendo-se que o prêço do litro da substância é de NCr$ 1, 00.

Resposta: NCr$1.168, 00

48) Distribuir 10.000 litros d'água por três tanques, de modo que o primeiro tenha 100 litros mais do que o segundo e o segundo 1.200 litros mais do que o terceiro.

Resposta: 1.° 3.800 litros; 2.° 3.700 litros e o 3.° 2.500 litros

49) Uma bilha cheia de leite pesa 116 kg. Cheia de água destilada (a 4° centígrados) pesa 113 kg. Sabendo-se

que o leite pesa 1, 030 hg por litro, determinar a capacidade da bilha em hectolitros.

Resposta: 1 hl

50) A altura de um paralelepípedo retângulo é de 6 cm. O perímetro da base é igual a 54 cm, sendo uma de suas dimensões o dôbro da outra. Calcular o volume do paralelepípedo em decalitros.

Resposta: 0, 0 97.4 dal

51) A área da base de um paralelepípedo retângulo é 72 dm^2. Calcular a altura do sólido, sabendo-se que o seu volume é de 504 litros.

Resposta 7 dm

52) Um terreno retangular cuja largura é a metade do comprimento, foi adquirido a razão de NCr$ 15, 00 o are. O perímetro do terreno é de 504 m. Calcular o lucro obtido na venda dêsse terreno a NCr$ 2.500, 00.

Resposta: NCr$ 383, 20

53) Comprei dois sítios medindo, respectivamente 285 km^2 e 151.500 dam^2. Tendo pago, ao todo NCr$ 1.206,00 quanto custou cada km^2?

Resposta: NCr$ 80, 40 *Colégio Pedro II — 1968*

54) Um terreno foi comprado por NCr$ 280.000, 00 e em seguida dividido em dois lotes, tendo um dêles 3 ha mais do que o outro. Calcular em ha, a área de cada lote, sabendo-se que o m^2 foi pago a NCr$ 4, 00.

Resposta: 2 ha e 5 ha

55) Uma sala de aula deve receber 50 alunos e tem 46, 90 m^2 de superfície e 6, 50 m de largura. De quanto deve

ser aumentado o comprimento para que cada aluno disponha de 1, 25 m^2?

Resposta: 2, 40 m.

56) Um salão de cinema deve ter capacidade para 350 espectadores. Qual deve ser a sua altura, para que cada espectador possa dispor de 4 m^3 de ar, sabendo que o seu comprimento é de 20 m e sua largura de 15 m?

Resposta: 4, 667 m

57) Calcular o prêço da construção de um muro de 5 m de comprimento, 20 dm de altura e 60 cm de espessura, sabendo-se que o m^3 custou NCr$ 151, 00.

Resposta: NCr$ 900,00

58) Uma muralha de 5 m de comprimento, 20 dm de altura e 30 cm de espessura. Na sua construção foram empregados tijolos de 20 cm de comprimento, 1, 5 dm de altura e 10 cm de espessura. Calcular o número de tijolos empregados, sabendo-se que a argamassa ocupa $\frac{3}{20}$ do volume total da muralha.

Resposta: 850 tijolos

59) Um reservatório de água tem as dimensões: 2, 4 m, 5 m e 1 m. Quantos dal de água podemos depositar no referido reservatório?

Resposta: 1.200 dal

60) Um arrozal de 2, 5 ha, produz 5 litro por m^2. Valendo NCr$ 1.000, 00 o saco de 50 kg, pede-se o valor da produção.

Resposta: NCr$ 200.000, 00

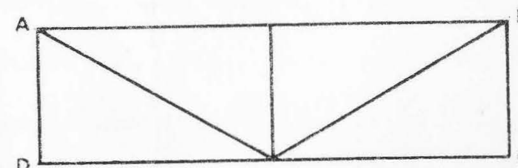
61) Um reservatório cujas dimensões são iguais a 5 dm, 10 dm e 15 dm, está cheio de um líquido do qual cada litro pesa 1, 15 kg e é vendido a NCr$ 50,00 o hectograma. Calcular o valor do líquido contido no reservatório.

Resposta: NCr$ 431.250 00

62) Na fabricação de agulhas de injeção perde-se 1 mm de fio de platina em cada agulha de 5 cm. Quantas agulhas podem ser feitas com uma peça de 0, 108 km de comprimento?

Resposta: 18 agulhas

63) A figura abaixo representa um terreno retangular A B C D dividido em 4 lotes triangulares iguais. O perímetro do terreno mede 2.400 m; sua maior dimensão é o triplo da menor. Pede-se: 1.°) As dimensões do terreno em decâmetro. 2.°) A área de um dos lotes em que o terreno foi dividido, em ares.



Resposta: 1.°) 90 dam e 30 dam; 2.°) 675 ares

Colégio Militar — 1967

Índice